

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Арзамасский филиал

Факультет естественных и математических наук

УТВЕРЖДЕНО
решением президиума
ученого совета ННГУ
(протокол от 14.12.2021 г. №4)

Рабочая программа дисциплины

Линейная алгебра

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

Бакалавриат

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

38.03.01 Экономика

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Экономика и финансы организаций (предприятий)

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Квалификация (степень)

бакалавр

(бакалавр / магистр / специалист)

Форма обучения

очная, очно-заочная

(очная / очно-заочная / заочная)

Арзамас
2022 год

1. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.12 «Линейная алгебра» к обязательной части, образовательной программы направления подготовки 38.03.01 Экономика, профиль Экономика и финансы организаций (предприятий).

Дисциплина предназначена для освоения студентами очной формы обучения на первом курсе во 2 семестре, очно-заочной формы обучения во 2 семестре.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине (дескрипторы компетенции)	
УК - 1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Четко описывает состав и структуру требуемых данных и информации, грамотно реализует процессы их сбора, обработки и интерпретации	<i>Знать</i> состав и структуру математической информации, необходимой для решения поставленных в ходе исследования задач <i>Уметь</i> реализовать алгоритм сбора и обработки информации, необходимой для решения поставленных в ходе исследования задач <i>Владеть</i> навыками интерпретации информации, необходимой для решения поставленных задач	<i>Вопросы для устного опроса, коллоквиум</i> <i>Тест, контрольная работа</i>
	УК-1.2. Грамотно, логично, аргументировано формирует собственные суждения и оценки	<i>Знать</i> экономическую сущность математической информации, необходимой для формулировки выводов по результатам исследования <i>Уметь</i> выполнить анализ и синтез информации в ходе исследования <i>Владеть</i> навыком грамотно, логично и аргументировано сформулировать выводы по результатам математических вычислений	<i>Вопросы для устного опроса, коллоквиум</i> <i>Тест, контрольная работа</i>
	УК-1.3. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности	<i>Знать</i> формы и методы научного познания и анализа информации в ходе исследования <i>Уметь</i> на основе критического анализа и синтеза математической информации отличить факты от мнений, интерпретаций, оценок <i>Владеть</i> навыками анализа и логического мышления в ходе	<i>Вопросы для устного опроса, коллоквиум</i> <i>Тест, контрольная работа</i>

		решения поставленных задач	
	УК-1.4. Аргументированно и логично представляет свою точку зрения посредством и на основе системного описания	<i>Знать</i> основы аргументированного ведения полемики на основе современных знаний в исследуемой области <i>Уметь</i> аргументированно и логично на основе статистических данных представить свою точку зрения, применять принципы и методы системного подхода для решения поставленных задач <i>Владеть</i> навыками аргументации, ведения дискуссии и полемики в ходе исследования	<i>Вопросы для устного опроса, коллоквиум</i> <i>Тест, контрольная работа</i>
ОПК-5 Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении профессиональных задач.	ОПК-5.1. Осуществляет выбор инструментальных и программных средств для решения профессиональных задач	<i>Знать</i> инструментальные и программные средства для решения профессиональных задач на основе основных методов линейной алгебры <i>Уметь</i> применять современные информационные технологии и программные средства для решения профессиональных задач и задач линейной алгебры <i>Владеть</i> навыками обоснованного выбора необходимых инструментальных и программных средств для решения профессиональных задач	<i>Вопросы для устного опроса, коллоквиум</i> <i>Тест, контрольная работа</i>
	ОПК-5.2. Использует современные информационные технологии и программные средства для решения профессиональных задач	<i>Знать:</i> состав и содержание современных информационных технологий, используемых для решения профессиональных задач. <i>Уметь:</i> использовать средства информационных технологий в профессиональной сфере. <i>Владеть:</i> профессиональными навыками работы с программными средствами для решения профессиональных задач.	<i>Вопросы для устного опроса, коллоквиум</i> <i>Тест, контрольная работа</i>

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Структура дисциплины

Трудоемкость	очная форма обучения	очно-заочная форма обучения	заочная форма обучения
Общая трудоемкость	2 з.е.	2 з.е.	
часов по учебному плану, из них	72	72	
Контактная работа, в том числе: аудиторные занятия:			
– занятия лекционного типа	16	4	

– занятия семинарского типа	16	8	
– контроль самостоятельной работы	1	1	
Промежуточная аттестация зачёт			
Самостоятельная работа	39	59	

3.2. Содержание дисциплины

Наименование разделов (Р) или тем (Т) дисциплины (модуля), Форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине	Всего (часы)			Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы, из них									Самостоятельная работа обучающегося, часы, в период					
				Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (в т.ч. текущий контроль успеваемости)						Контроль самостоятельной работы	промежуточной аттестации (контроля)			теоретического обучения			
					семинары, практические занятия			лабораторные работы										
	Очная	Очно-заоч-	Заочная	Очная	Очно-заоч-	Заочная	Очная	Очно-заоч-	Заочная	Очная	Очно-заоч-	Заочная	Очная	Очно-заоч-	Заочная	Очная	Очно-заоч-	Заочная
Тема 1. Матрицы, определители и их свойства.	11	12		2			2	2								7	10	
Тема 2. Системы линейных уравнений.	12	15		2	1		2	2								8	12	
Тема 3. Векторная алгебра.	16	14		4	1		4	1								8	12	
Тема 4. Аналитическая геометрия.	16	14		4	1		4	1								8	12	
Тема 5. Многочлены.	16	16		4	1		4	2								8	13	
В том числе текущий контроль	1	1										1	1					
Зачет																		
ИТОГО	72	72		16	4		16	8				1	1			39	59	

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа является важнейшей составной частью учебного процесса и обязанностью каждого студента.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный управляемый курс «Алгебра». Дисциплина «Линейная алгебра». - <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=8376> созданный в системе электронного обучения ННГУ <https://e-learning.unn.ru/>.

Самостоятельная работа студентов по дисциплине «Линейная алгебра» осуществляется в следующих видах: работа с основной и дополнительной литературой самостоятельное изучение отдельных тем (вопросов), решение упражнений (стандартных задач), подготовка к контрольным работам, тестированию, зачету.

Рекомендации для работы с основной и дополнительной литературой

Работа с литературой должна сопровождаться записями в форме конспекта, плана, тезисов. При этом важно не только привлечь более широкий круг литературы, но и суметь на ее основе разобраться в степени изученности темы. Стоит выявить дискуссионные вопросы, нерешенные проблемы, попытаться высказать свое отношение к ним. Привести и аргументировать свою точку зрения или отметить, какой из имеющихся в литературе точек зрения по данной проблематике придерживаетесь и почему.

По завершении изучения рекомендуемой литературы полезно проверить уровень своих знаний с помощью контрольных вопросов для самопроверки. Необходимо вести систематическую работу над литературными источниками. Необходимо изучать не только литературу, рекомендуемую в данных учебно-методических материалах, но и новые, важные издания по курсу, вышедшие в свет после публикации. При этом следует выделять неясные, сложные для восприятия вопросы. В целях прояснения последних нужно обращаться к преподавателю.

Самостоятельное изучение отдельных тем (вопросов) в соответствии со структурой дисциплины по учебной и специальной литературе

Активизация учебной деятельности и индивидуализация обучения предполагает вынесение для самостоятельного изучения отдельных тем или вопросов. Выбор тем (вопросов) для самостоятельного изучения – одна из ключевых проблем педагога в организации эффективной работы обучающихся по овладению учебным материалом.

Особую роль самостоятельное изучение отдельных тем (вопросов) дисциплины играет для студентов заочной формы обучения.

При этом, как правило, основанием выбора является наилучшая обеспеченность литературой и учебно-методическими материалами по данной теме, ее обобщающий характер, сформированный на аудиторных занятиях алгоритм изучения. Обязательным условием результативности самостоятельного освоения темы (вопроса) является контроль выполнения задания.

Вопросы для самостоятельного изучения тем (вопросов) указаны в рабочей программе дисциплины (модуля)».

Результаты самостоятельного изучения вопросов, будут проверены преподавателем в форме: опросов, конспектов, рефератов, ответов на экзаменах.

Методические рекомендации по подготовке к зачету

Зачет проводится в традиционной форме (ответ на вопросы, тестирование).

Подготовка к зачету начинается с первого занятия по дисциплине. При этом важно с самого начала планомерно осваивать материал, руководствуясь требованиями, конспектировать важные для решения учебных задач источники, обращаться к преподавателю за консультацией по неусвоенным вопросам.

Для подготовки к сдаче зачета необходимо первоначально прочитать лекционный материал, а также соответствующие разделы рекомендуемых изданий. Лучшим вариантом

является тот, при котором при подготовке используется несколько источников информации. Это способствует разностороннему восприятию каждой конкретной темы дисциплины.

В обобщённом варианте подготовка к сдаче зачета включает в себя:

- просмотр программы учебной дисциплины, перечня вопросов к зачету, экзамену;
- подбор рекомендованных преподавателем источников (учебников, нормативных правовых актов, дополнительной литературы и т.д.),
- использование конспектов лекций, материалов занятий и их изучение;
- консультирование у преподавателя.

Учебно-методические документы, регламентирующие самостоятельную работу

<https://arz.unn.ru/sveden/document/>
http://www.arz.unn.ru/pdf/Metod_all_all.pdf

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

В ходе промежуточной аттестации по дисциплине осуществляется оценка сформированности компонентов компетенций (полнота знаний/ наличие умений/ навыков), т.е. результатов обучения, указанных в таблице п.2 настоящей рабочей программы, на основе оценки усвоения содержания дисциплины.

Обобщенная оценка сформированности компонентного состава компетенции в ходе промежуточной аттестации по дисциплине проводится на основе учета текущей успеваемости в ходе освоения дисциплины и учета результата сдачи промежуточной аттестации.

Выявленные признаки несформированности компонентов (индикаторов) хотя бы одной компетенции не позволяют выставить интегрированную положительную оценку сформированности компетенций и освоения дисциплины на данном этапе обучения.

Обобщенная оценка сформированности компонентного состава компетенций на промежуточной аттестации, которая вносится в зачетно-экзаменационную ведомость по дисциплине и зачетную книжку студента, осуществляется по следующей оценочной шкале.

Шкала оценки сформированности компонентного состава компетенций на промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
Зачтено	Отлично	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций соответствует требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, студент готов самостоятельно решать стандартные и нестандартные профессиональные задачи в предметной области дисциплины в соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы
	Хорошо	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций соответствует требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, но студент готов самостоятельно решать только различные стандартные профессиональные задачи в предметной области дисциплины в соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы

	Удовлетворительно	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций соответствует в целом требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, но студент способен решать лишь минимум стандартных профессиональных задач в предметной области дисциплины в соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы
Не зачтено	Неудовлетворительно	сформированность компонентного состава (индикаторов) компетенций не соответствует требованиям компетентностной модели будущего выпускника на данном этапе обучения, основанным на требованиях ОС ННГУ по направлению подготовки, студент не готов решать профессиональные задачи в предметной области дисциплины в соответствии с типами задач профессиональной деятельности осваиваемой образовательной программы

Шкала оценивания сформированности компетенции

Уровень сформированности компетенции (индикатора достижения компетенции)				
	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично
	не зачтено	зачтено		
<u>Знания</u>	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем требованиям программы подготовки, без ошибок.
<u>Умения</u>	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения, решены типовые задачи с негрубыми ошибками, выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с негрубыми ошибками, выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.
<u>Навыки</u>	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.

5.2 Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине

Критерии оценки тестирования

Оценка "отлично" - 85-100% правильных ответов;

Оценка "хорошо" 66-84 % правильных ответов;

Оценка "удовлетворительно" – 40-65 % правильных ответов;

Оценка "неудовлетворительно" - меньше 40 %.

Критерии оценки выполнения контрольных заданий по теоретическим основам дисциплины

Оценка «отлично» - Ответ полный и правильный на основании изученной теории; материал изложен в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный.

Оценка «хорошо» - Ответ полный и правильный на основании изученной теории; материал изложен в необходимой логической последовательности при этом допущены две-три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя.

Оценка «удовлетворительно» - Ответ полный, но при этом допущена существенная ошибка или неполный, несвязный ответ.

Оценка «неудовлетворительно» - Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя.

Критерии оценки выполнения практических контрольных заданий

Оценка «отлично» выставляется студенту, если представленная контрольная работа выполнена полностью без ошибок и недочетов;

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если представленная контрольная работа выполнена полностью, но при наличии в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов;

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если представленная им контрольная работа выполнена правильно не менее чем на 2/3 всей работы или в работе допущены не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой ошибки и трех недочетов, при наличии четырех-пяти недочетов;

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если число ошибок и недочетов в работе превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы.

Критерии устного ответа студента на зачёте

Оценка «отлично» выставляется, когда студент глубоко и прочно усвоил весь программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при видоизменении задания, свободно справляется с ситуационными заданиями, правильно обосновывает принятые решения, умеет самостоятельно обобщать и излагать материал, не допуская ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется, если студент твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, может правильно применять теоретические положения и владеет необходимыми умениями и навыками при анализе информации.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в том случае, при котором студент освоил только основной материал, но не знает отдельных деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность в изложении программного материала и испытывает затруднения в выполнении анализа информации.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, в ответе которого обнаружились существенные пробелы в знании основного содержания учебной программы дисциплины и / или неумение использовать полученные знания.

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения и для контроля формирования компетенции

Вопросы для собеседования для оценки сформированности компетенции УК-1

1. Что называется матрицей?
2. В элементе a_{ij} матрицы что определяют индексы?
3. Какая матрица называется прямоугольной? Квадратной? Нулевой? Единичной? Треугольной? Диагональной?
4. Чем могут отличаться матрицы?
5. Как обозначают матрицы?
6. Что такое размерность матрицы?
7. Как возвести матрицу в степень?
8. Какие элементы образуют главную диагональ матрицы?
9. В каком случае две матрицы называются равными?
10. Перечислите свойства операции сложения матриц.

11. Перечислите свойства операции умножения матриц.
12. Что такое транспонирование матриц?
13. Что такое ассоциативность умножения матриц?
14. Как можно перемножить матрицы, если они имеют одинаковое число столбцов? Строк?

Вопросы для оценки сформированности компетенции ОПК-5

1. Чему равен определитель, если все его элементы под главной диагональю равны нулю?
2. Какие изменения строк определителя не изменяют его величины?
3. Что получится после разложения определителя по одной из его строк?
4. Какие элементарные преобразования можно использовать при вычислении определителя?
5. Как изменится величина определителя, если его строчку умножить на число?
6. Как изменится определитель матрицы n -го порядка, если её столбцы записать в обратном порядке?
7. В каких случаях определитель второго порядка равен нулю?
8. Что можно сказать о величине определителя:

а) $\begin{vmatrix} 1+6 & 6 & 1 \\ 2+3 & 2 & 3 \\ 4+5 & 4 & 5 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 1+6 & 6 & 1 \\ 3+2 & 2 & 3 \\ 4+5 & 4 & 5 \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} 1 & 6+1 & 1 \\ 2 & 1+4 & 3 \\ 4 & 9 & 5 \end{vmatrix}$.

9. Выпишите все отличные от нуля миноры матрицы: $\begin{pmatrix} 0 & 5 & 0 & 3 & 7 \\ 0 & 5 & 0 & 2 & 7 \\ 0 & 15 & 0 & 9 & 21 \end{pmatrix}$.

10. Как определить фундаментальные решения системы линейных однородных уравнений?
11. Когда можно пользоваться правилом Крамера?
12. Как проверить результат решения системы линейных алгебраических уравнений?
13. Что такое частное решение системы линейных алгебраических уравнений?
14. Что такое частное решение системы линейных алгебраических уравнений?
15. Как записывается общее решение системы линейных алгебраических уравнений?

Тестовые контрольные задания

для оценки сформированности компетенции УК-1

1. Для матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 0 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ произведение элементов по главной диагонали равно:

- а) 0;
- б) 9;
- в) 10;
- г) 12;
- д) нет верного ответа.

2. След матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 0 & -3 & 4 \\ -2 & -4 & 0 & -1 \\ 7 & 5 & 6 & -2 \\ -3 & -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ равен:

- а) -5;

- б) 5;
 в) 6;
 г) -6;
 д) нет верного ответа.

3. Для матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 6 & 1 & -3 \\ -2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$ значение $a_{21} + a_{13} - a_{32}$ равно:

- а) 2;
 б) 10;
 в) -6;
 г) -2;
 д) нет верного ответа.

4. Матрица $C = -5A + 2B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$, имеет вид:

а) $\begin{pmatrix} -11 & 2 \\ 29 & -15 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 17 & 16 \\ -20 & 6 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 11 & -2 \\ -29 & 15 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} -17 & -16 \\ 20 & -6 \end{pmatrix}$;

д) нет верного ответа.

5. Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ матрица $2A + A^T$ равна:

а) $\begin{pmatrix} 9 & -1 & 8 \\ 1 & 6 & -3 \\ 7 & -3 & 0 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 9 & 1 & 7 \\ -1 & 6 & 3 \\ 8 & 3 & 0 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 9 & -1 & 8 \\ 1 & 6 & -3 \\ 7 & -3 & 0 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} 9 & 1 & 7 \\ -1 & 6 & 3 \\ 8 & 3 & 0 \end{pmatrix}$;

д) $\begin{pmatrix} 9 & -1 & 8 \\ 1 & 6 & -3 \\ 7 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

6. Произведение $A \cdot B$, если $A = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$, равно:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ -2 & -4 & -10 \\ 3 & 6 & 15 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 15 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 1 & -4 & 15 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} 12 \end{pmatrix}$;

д) нет верного ответа.

7. Произведение $A \cdot B$ существует для матриц вида:

а) $A_{2 \times 3}, B_{2 \times 3}$;

б) $A_{2 \times 3}, B_{3 \times 3}$;

в) $A_{2 \times 2}, B_{2 \times 3}$;

г) $A_{3 \times 3}, B_{4 \times 2}$;

д) $A_{3 \times 2}, B_{3 \times 3}$.

Тестовые задания

для оценки сформированности компетенции ОПК-5

1. Если $A = \{-3, -2, 0, 1, 2\}$, $B = \{-2, 0, 2, 5\}$, то $A \cup B, A \cap B, A \setminus B$,	1) $\{-3, -2, 0, 1, 2, 5\}, \{-2, 0, 2\}, \{-3, 5\}$ 2) $\{-2, -3, 1, 2, 5\}, \{2, 0, -2\}, \{-3, 1\}$ 3) $\{-3, -2, 0, 1, 2, 5\}, \{-2, 0, 2\}, \{-3, 1\}$ 4) $\{-2, 0, 2\}, \{-3, -2, 1, 2, 5\}, \{5, 1\}$
2. Если $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, то	1) $A+B = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -7 & 15 \end{pmatrix}$; $AB = \begin{pmatrix} 5 & -15 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$, $-4A = \begin{pmatrix} -12 & 8 \\ -28 & -20 \end{pmatrix}$; 2) $A+B = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$; $AB = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -7 & 15 \end{pmatrix}$, $-4A = \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$; 3) $A+B = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$; $AB = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -15 & -6 \end{pmatrix}$, $-4A = \begin{pmatrix} -12 & 8 \\ -28 & -20 \end{pmatrix}$;

	4) $A+B=\begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$; $AB=\begin{pmatrix} 5 & -15 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$, $-4A=\begin{pmatrix} -12 & 8 \\ -28 & -20 \end{pmatrix}$.
3. Система линейных уравнений совместна, если:	1) $r(A) = r(\bar{A})$, где $r(A)$ – ранг основной матрицы системы, $r(\bar{A})$ – ранг расширенной матрицы системы; 2) $r(A) \neq r(\bar{A})$, где $r(A)$ – ранг основной матрицы системы, $r(\bar{A})$ – ранг расширенной матрицы системы; 3) $r(A) < r(\bar{A})$, где $r(A)$ – ранг основной матрицы системы, $r(\bar{A})$ – ранг расширенной матрицы системы; 4) $r(A) > r(\bar{A})$, где $r(A)$ – ранг основной матрицы системы, $r(\bar{A})$ – ранг расширенной матрицы системы.
4. Система линейных уравнений имеет единственное решение, если:	1) $r(A) = r(\bar{A})$ и ее ранг меньше числа неизвестных; 2) $r(A) < r(\bar{A})$ и $r(A)$ равен числу неизвестных; 3) $r(A) = r(\bar{A})$ и ее ранг равен числу неизвестных; 4) $r(A) \neq r(\bar{A})$ и $r(A)$ меньше числа неизвестных
5. Если $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$, то X есть	1) $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$; 3) $\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$; 4) $\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
6. Если в определителе поменять местами две строки (или два столбца), то	1) получится определитель, равный данному; 2) знак определителя изменится на противоположный; 3) получится определитель, равный нулю; 4) определитель увеличится в два раза.
7. Частное при делении при делении $2x^5 - 5x^3 + 8x$ на $x + 3$	1) 1; 2) 2; 3) -375; 4) 4.

Контрольные задания по теоретическим основам дисциплины для оценки сформированности компетенции УК-1

1. Множества, действия над ними. Диаграммы Эйлера-Венна.
2. Матрицы. Линейные операции над ними. Умножение матриц.
3. Определитель. Минор. Алгебраическое дополнение.
4. Ранг матрицы. Методы нахождения ранга матрицы.
5. Теорема о числе векторов, входящих в базис. Ранг системы векторов.
6. Теорема о двух системах векторов, которым соответствуют равносильные системы уравнений. Алгоритм нахождения базиса.
7. Базис как максимальная линейно независимая подсистема векторов. N - мерное векторное пространство.

8. Скалярное произведение. Свойства, приложения.
9. Векторное произведение. Свойства, приложения.
10. Смешанное произведение. Свойства, приложения.
11. Прямая на плоскости.
12. Кривые второго порядка.

Контрольные задания по теоретическим основам дисциплины для оценки сформированности компетенции ОПК-5

1. Обратная матрица, алгоритм ее нахождения. Необходимые и достаточные условия существования обратной матрицы.
2. Разрешенная система уравнений. Общее, частное и базисное решения. Эквивалентные преобразования систем линейных уравнений.
3. Линии на плоскости. Основные понятия.
4. Различные уравнения прямой.
5. Угол между двумя прямыми и условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой.
6. Окружность, каноническое уравнение окружности.
7. Эллипс, каноническое уравнение эллипса.

Практические контрольные задания

для оценки сформированности компетенции УК-1

1. Даны матрицы: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 6 & -2 & 2 \\ 4 & -1 & 3 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

а) Вычислить: $A^2 + 5 \cdot A - 4 \cdot E$, $B^2 - 2A + 3 \cdot E$; A^3 ; B^4 ; $A \cdot B$; $B \cdot A$; $A \cdot E$; $B \cdot E$; $C \cdot D$.

в) Вычислить и сравнить: $A^2 - B^2$ и $(A-B) \cdot (A+B)$; $(A-B)^2$ и $A^2 - 2A \cdot B + B^2$.

2. Вычислите определители следующих матриц: $\begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} b & 1 & 1 \\ b & 0 & 0 \\ 0 & b & -b \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 4 \\ 8 & 9 & 12 \end{pmatrix}$.

3. Найти хотя бы одну матрицу, перестановочную с матрицей $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

4. Найти матрицу C , если $AC=B$, $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 7 & 4 & 10 \end{pmatrix}$.

5. Выяснить, является ли данная система векторов линейно зависимой:

5.1 $A_1 = (5, 7, 12)$, $A_2 = (0, -1, 4)$, $A_3 = (2, 3, 4)$, $A_4 = (3, 5, 4)$, $A_5 = (8, 6, -3)$;

5.2 $A_1 = (2, 10, 12)$, $A_2 = (1, -6, -8)$, $A_3 = (3, 4, 4)$, $A_4 = (5, 3, 2)$, $A_5 = (8, 9, 0)$;

для оценки сформированности компетенции ОПК-5

1. Укажите пару матриц второго порядка A и B таких, что $A \neq E$, $B \neq E$ и $A \cdot B = 3E$.

2. Инвестор купил акции 4-х компаний – 100 акций компании K_1 , 80 – K_2 , 120 – K_3 и 50 – K_4 по ценам 100, 200, 60 и 150 д.е., соответственно. Выпишите матрицу числа, купленных акций каждой компании, и матрицу цен акций, а затем найдите общие затраты инвестора через произведение этих матриц. После увеличения на 110% цен на акции всех компаний инвестор продал половину акций каждой компании. Выпишите матрицу доходов от продажи акций каждой компании.

3. С помощью обратной матрицы решить СЛУ:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4. \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$$

4. Определить полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис и уравнения асимптот гиперболы $9x^2 - 25y^2 = 16$.

5. Привести к каноническому виду уравнение кривой $5x^2 + 9y^2 - 30x + 18y + 9 = 0$.

Контрольные вопросы для промежуточной аттестации (к зачету)

№ п/п	Вопрос	Код формируемой компетенции
1.	Множества, операции над множествами. Способы задания множеств.	УК –1
2.	Матрицы, виды матриц. Действия над матрицами.	УК –1
3.	Матрицы, свойства матриц. Элементарные преобразования матриц.	УК –1
4.	Матрицы, обратная матрица. Свойства обратной матрицы.	УК –1
5.	Матрицы, обратная матрица. Методы вычисления обратной матрицы.	УК –1
6.	Определитель квадратной матрицы. Правила нахождения определителя.	УК –1
7.	Определитель квадратной матрицы. Основные свойства определителей.	ОПК-5
8.	Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя матрицы по элементам столбца или строки.	ОПК-5
9.	Ранг матрицы. Методы нахождения ранга матрицы.	ОПК-5
10.	Системы линейных уравнений. Равносильные системы, элементарные преобразования, однородные и неоднородные системы уравнений.	ОПК-5
11.	Системы линейных уравнений. Метод Крамера.	ОПК-5
12.	Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.	ОПК-5
13.	Системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.	ОПК-5
14.	Системы линейных уравнений. Метод обратной матрицы.	ОПК-5
15.	Линии на плоскости. Основные понятия.	ОПК-5
16.	Различные уравнения прямой.	УК –1
17.	Угол между двумя прямыми и условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой.	УК –1
18.	Окружность, каноническое уравнение окружности.	УК –1
19.	Эллипс, каноническое уравнение эллипса.	УК –1

20.	Гипербола, каноническое уравнение гиперболы.	ОПК-5
21.	Парабола, каноническое уравнение параболы.	ОПК-5

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Вечтомов Е.М. Математика: основные математические структуры: учеб. Пособие для академического бакалавриата/Е.М. Вечтомов.- 2-е изд.- М.: Издательство Юрайт, 2019.- 296с.": [Электронный ресурс]. – Адрес доступа: <https://urait.ru/viewer/matematika-osnovnye-matematicheskie-struktury-441205#page/1>

2. Ларина С. В. Алгебра: многочлены: учеб. Пособие для академического бакалавриата/ С.В. Ларин.- .- 2-е изд. испр. и доп. - М.: Издательство Юрайт, 2019.- 136с. ": [Электронный ресурс]. – Адрес доступа: <https://urait.ru/viewer/algebra-mnogochleny-441297#page/1>

3. Линейная алгебра: учебник и практикум для бакалавриата и специалитета/ И.Ш.Кремер, М.И. Фридман, И.М. Тришин._ 3-е изд. испр. И доп.- М.: Издательство Юрайт.2019.-422с.-": [Электронный ресурс]. – Адрес доступа: <https://urait.ru/viewer/lineynaya-algebra-432050#page/1>

4. Сабитов И. Х. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учеб. пособие для академического бакалавриата / И.Х. Сабитов, А.А. Михалев.- 2-е изд. испо. И доп.- М.: Издательство Юрайт, 2019.-258с. -": [Электронный ресурс]. – Адрес доступа: <https://urait.ru/viewer/lineynaya-algebra-i-analiticheskaya-geometriya-441250#page/1>

5. Татарников О.В. Линейная алгебра: учебник и практикум для прикладного бакалавриата/ О.В. Татарников, А.С. Чуйко.- М. .: Издательство Юрайт, 2019- 334с.- ": [Электронный ресурс]. – Адрес доступа: <https://urait.ru/viewer/lineynaya-algebra-425853#page/1>

б) дополнительная литература:

1. Бухштаб А.А. Теория чисел: учебное пособие / А.А Бухштаб. — М.: Издательство Лань, 2015. — 384 с. — ISBN 978-5-8114-0847-4 // ЭБС "Лань": [Электронный ресурс]. – Адрес доступа: <https://e.lanbook.com/book/65053#authors>

2. Глухов М.М., Елизаров В.П., Нечаев А.А. Алгебра: учебное пособие / М.М. Глухов, В.П. Елизаров, А.А.Нечаев. — М.: Издательство Лань, 2015. — 608 с. — ISBN 978-5-8114-1961-6// ЭБС "Лань": [Электронный ресурс]. – Адрес доступа: https://e.lanbook.com/book/67458?category_pk=907#book_name

3. Веретенников Б.М., Михалева М.М. Алгебра и теория чисел. Часть I: учебное пособие / Б.М. Веретенников, М.М Михалева. — Урал: Издательство Уральский федеральный университет, 2014. — 52 с. — ISBN 978-5-7996-1193-4.// ЭБС "Лань": [Электронный ресурс]. – Адрес доступа: https://e.lanbook.com/book/98313?category_pk=907#authors

4. Веселова Л.В., Тихонов О.Е. Алгебра и теория чисел: учебное пособие / Л.В Веселова, О.Е Тихонов. — Казань: Издательство Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2014. — 107 с. — ISBN 978-5-7882-1636 .// ЭБС "Лань": [Электронный ресурс]. – Адрес доступа: https://e.lanbook.com/book/73214?category_pk=907#book_name

5. Математика и информатика:[учебно-метод.пособие] / сост.: С.А. Атрощенко, Л.Ю. Нестерова, Е.А. Первушкина; АФ ННГУ. – Арзамас: АФ ННГУ, 2014.

Ч.1: Математика: Алгебра и геометрия. – 2014. – 79 с.

Ч.2: Математика: Математический анализ и теория вероятностей. – 2014. – 92 с.

Ч.3: Современные информационные технологии. – 2014. – 89 с.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Лицензионное программное обеспечение: Операционная система Windows.

Лицензионное программное обеспечение: Microsoft Office.

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Российский индекс научного цитирования (РИНЦ), платформа Elibrary: национальная информационно-аналитическая система. Адрес доступа: http://elibrary.ru/project_risc.asp

Свободно распространяемое программное обеспечение:

программное обеспечение LibreOffice;
программное обеспечение Yandex Browser;

Электронные библиотечные системы и библиотеки:

Электронная библиотечная система "Лань" <https://e.lanbook.com/>

Электронная библиотечная система "Консультант студента" <http://www.studentlibrary.ru/>

Электронная библиотечная система "Юрайт" <http://www.urait.ru/>

Электронная библиотечная система "Znaniy" <http://znaniy.com/>

Фундаментальная библиотека ННГУ www.lib.unn.ru/

Сайт библиотеки Арзамасского филиала ННГУ. – Адрес доступа: lib.arz.unn.ru

Педагогическая библиотека: <http://pedagogic.ru/>

Журнал «Педагогика»: <http://www.pedpro.ru/>

Издательский дом «Первое сентября»: <http://1september.ru/>

«Высшее образование в России»: научно-педагогический журнал Министерства образования и науки РФ: <http://www.vovr.ru/>

«Учительская газета»: <http://www.ug.ru/>

Ресурс «Массовые открытые онлайн-курсы Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского» <https://mooc.unn.ru/>

Портал «Современная цифровая образовательная среда Российской Федерации» <https://online.edu.ru/public/promo>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: ноутбук, проектор, экран.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа дисциплины «**Линейная алгебра**» составлена в соответствии с образовательным стандартом высшего образования (ОС ННГУ) бакалавриат по направлению подготовки 38.03.01 Экономика (приказ ННГУ от 21.06.2021г. №349-ОД).

Автор(ы):

к.п.н., доцент

Абрамова О.М.

Рецензент (ы):

к.п.н., доцент

Нестерова Л.Ю.

Программа одобрена на заседании кафедры физико-математического образования от 18.11.2021 года, протокол № 9
зав. кафедрой

д.п.н., доцент

Фролов И.В.

Председатель УМК

к.э.н., доцент

факультета естественных и математических наук

Люшина Э.Ю.

П.7. а) СОГЛАСОВАНО:

Заведующий библиотекой

Федосеева Т.А.