

Национальный исследовательский Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского
Арзамасский филиал

ТЕХНОЛОГИИ ПРОДУКТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ: ТРАДИЦИИ И ИННОВАЦИИ

СБОРНИК СТАТЕЙ УЧАСТНИКОВ
ВСЕРОССИЙСКОЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ
С МЕЖДУНАРОДНЫМ УЧАСТИЕМ
(посвящается памяти профессора М.И. Зайкина)

14 октября 2016 г.

Арзамас
Арзамасский филиал ННГУ
2016

УДК 372.851:51(07)

ББК 74.262.21я43

Т 38

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Арзамасского филиала ННГУ

Рецензенты:

доктор педагогических наук, профессор А.Э. Сатторов;
кафедра естественно-математического образования
Владимирского института развития образования имени Л.И. Новиковой

Редакционная коллегия:

кандидат педагогических наук, доцент С.В. Миронова (научный редактор),
кандидат педагогических наук, доцент С.В. Напалков (ответственный редактор)

Технологии продуктивного обучения математике: традиции и инновации:
Т 38 сборник статей участников Всероссийской научно-практической
конференции с международным участием (посвящается памяти
профессора М.И. Зайкина) (14 октября 2016 г.) / Науч. ред. С.В. Миронова,
отв. ред. С.В. Напалков; Арзамасский филиал ННГУ. – Арзамас:
Арзамасский филиал ННГУ, 2016. – 192 с.
ISBN 978-5-9907934-8-4

В сборник включены материалы научных докладов, представленных на
Всероссийскую научно-практическую конференцию с международным участи-
ем «Технологии продуктивного обучения математике: традиции и инновации».
В них раскрываются историко-дидактические аспекты становления технологии
продуктивного обучения математике (зарубежный и отечественный опыт); опи-
сываются инновационные технологические подходы к организации продуктив-
ной математической деятельности школьников, рассматриваются элементы
продуктивных технологий обучения, используемых в системе современного
профессионального образования.

Адресуется ученым и практическим работникам сферы образования, ру-
ководителям департаментов образования и образовательных учреждений, учи-
телям математики общеобразовательных и профильных школ, преподавателям
и студентам вузов.

УДК 372.851:51(07)

ББК 74.262.21я43

ISBN 978-5-9907934-8-4

© Арзамасский филиал ННГУ, 2016
© Миронова С.В., Напалков С.В.,
редактирование, 2016

СОДЕРЖАНИЕ

РАЗДЕЛ 1. ИСТОРИКО-ДИДАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ СТАНОВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИИ ПРОДУКТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ		6
<i>А.Э. Сатторов</i>	О внедрении новых технологий обучения истории математики	6
<i>В.Д. Селютин</i>	Диссертационные работы научной школы М.И. Зайкина как импульс развития технологий продуктивного обучения математике	10
<i>С.В. Напалков</i>	Об историческом аспекте развития Web-квест технологии продуктивного обучения математике	17
<i>И.М. Дуркин, Н.А. Максимов</i>	Продуктивная синергетика в школьном математическом образовании	23
РАЗДЕЛ 2. ИННОВАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ К ОРГАНИЗАЦИИ ПРОДУКТИВНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ		29
<i>А.А. Аксёнов</i>	Разновидности продуктивных систем школьных математических задач в контексте их общей теории	29
<i>Л.С. Капкаева</i>	Продуктивные интеграционные технологии обучения математике школьников	33
<i>Е.И. Санина, Т.С. Попова</i>	Продуктивный способ обобщения знаний по математике	41
<i>В.А. Тестов</i>	Нестандартные задачи как продуктивное средство развития математического мышления	45
<i>О.М. Абрамова</i>	Обращение задачи как один из способов организации продуктивной математической деятельности школьников	49
<i>С.А. Атрощенко, С.В. Феклистов</i>	Моделирование как способ организации продуктивной математической деятельности школьников	53
<i>Н.В. Гусева, Е.Б. Крюкова</i>	Новые технологические возможности школьного педагога для индивидуальной работы с учениками	57
<i>С.В. Менькова</i>	Исследовательские работы школьников как средство реализации продуктивного обучения математике	60
<i>С.В. Менькова</i>	Методические приемы использования задач-аналогов в процессе продуктивного обучения математике	65

<i>С.В. Миронова, С.В. Напалков, Л.Ю. Нестерова</i>	О некоторых способах организации продуктивной математической деятельности учащихся в дополнительном образовании	70
<i>С.В. Миронова</i>	О показателях продуктивности задачных конструкций по математике	76
<i>С.В. Миронова</i>	О продуктивности изучения дистанционного курса «Подготовка учащихся средней школы к итоговой аттестации по математике»	80
<i>С.В. Напалков</i>	О прикладных результатах продуктивной математической деятельности учащихся при прохождении заданий Web-квеста	88
<i>Л.Ю. Нестерова, Л.Ю. Устюжанина</i>	Совокупность специализированных продуктивных задач как средство повышения интереса к математике учащихся 5-6 классов	91
<i>А.Е. Томилова, Т.А. Конечная</i>	Краеведческие математические задачи как средство популяризации математических знаний и продуктивности математического образования	95
<i>И.А. Афанасьева</i>	Развитие критического мышления школьников на уроках математики как составляющая продуктивного обучения	99
<i>О.А. Багина</i>	О продуктивности математического развития младших школьников в диалогическом взаимодействии	104
<i>М.В. Валова</i>	О проектных заданиях по математике как средстве организации продуктивной деятельности	109
<i>Е.М. Огурцова</i>	Развитие познавательного интереса учащихся в процессе применения технологий продуктивного обучения	112
<i>О.А. Паршина, С.П. Соломасов</i>	Продуктивный подход к изучению элементов теории вероятностей и комбинаторики в современной системе школьного образования	119
<i>М.В. Тимкова</i>	О технологических аспектах продуктивного обучения решению арифметических и алгебраических задач	125
РАЗДЕЛ 3. ЭЛЕМЕНТЫ ПРОДУКТИВНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ		130
<i>Е.М. Вечтомов</i>	Мультипликативно циклические полукольца	130

<i>Е.И. Антонова</i>	Интернет-поддержка профессиональной деятельности учителя математики как стратегия самообразования педагога через использования сетевых технологий	141
<i>С.М. Дорофеев</i>	Аспекты математической подготовки военных специалистов при продуктивном подходе к обучению	146
<i>С.В. Менькова</i>	Элементы продуктивных технологий обучения в преподавании дисциплины «Элементарная математика»	150
<i>С.В. Миронова</i>	О продуктивном подходе к организации занятий по методике обучения математике студентов педагогических направлений	155
<i>С.В. Напалков</i>	О продуктивности использования Web-квест технологии в профессиональном становлении будущих учителей математики	159
<i>М.Е. Сангалова</i>	Технологии продуктивного обучения основам математической обработки информации	163
<i>А.Н. Соколова</i>	Об организации учебной практики в контексте продуктивного обучения математике студентов вуза	169
<i>М.В. Таранова</i>	О содержании учебных исследований по математике: проблемы и решения	173
<i>В.И. Токтарова</i>	Интегрированные системы компьютерной математики в образовательном процессе вуза как элемент продуктивного обучения	178
<i>М.В. Волкова</i>	Интерактивная продуктивная математика для обучающихся	183
<i>М.В. Котельникова</i>	О линиях логических связей тем дисциплин математического цикла и эконометрики в подготовке бакалавров-экономистов	187

РАЗДЕЛ 1. ИСТОРИКО-ДИДАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ СТАНОВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИИ ПРОДУКТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

О ВНЕДРЕНИИ НОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ОБУЧЕНИЯ ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ

А.Э. Сатторов

Курган-Тюбинский государственный университет имени Носира Хусрава,
физико-математический факультет, кафедра алгебры и геометрии,
доктор педагогических наук, профессор
Республика Таджикистан, 935140, г. Курган-Тюбе, ул. Айни, д. 67
Тел.: +992918675773, e-mail: asattorov50@mail.ru

В работе рассмотрены вопросы использования новых технологий при изучении истории математики на основе работ ученых средневековой Центральной Азии.

Ключевые слова: обучение, компьютер, история, математика, средневековые ученые.

Современная реформа, проводимая в системе образования в Республике Таджикистан, предусматривает широкое применение новых образовательных технологий в учебном процессе. В настоящее время в вузах республики, где обучаются будущие учителя математики, существуют все возможности использования новых технологий. Наряду с основными предметами обучения, здесь следует уделить особое внимание и обучению методике математики, вопросам истории математики на основе трудов ученых средневековой Центральной Азии. Внедрение новых технологий в указанном направлении повышает качество подготовки будущих учителей математики. В настоящее время перед образованием стоит задача освоения педагогических информационных технологий (под которыми понимается комплексный, интегративный процесс обучения с использованием новых технологий), введения в учебный процесс интенсифицирующих методов и форм. Возникает необходимость ускорения адаптации преподавателей и обучаемых в условиях быстро развивающихся научных областей педагогических знаний.

Из истории математики известно, что ученые средневековой Центральной Азии получили важные результаты по различным отраслям математики, достаточно привести имени таких ученых, как аль-Хорезми, благодаря чьим трудам возникло слово «алгебра», Омара Хайяма, рассматривавшего решение кубических уравнений, его исследования в геометрии также ценны. Эти примеры можно продолжить. Наряду с этим они уделили особое внимание и научному образованию, при этом отмечали, что процесс научного образования должен

иметь «двунаправленность», первое – овладение самим содержанием науки, а второе – ее практическое применение и выработка соответствующих умений.

Учёные Центральной Азии эпохи средневековья, благодаря чьим научным трудам этот период получил название «мусульманский Ренессанс», наряду с изучением (с критической точки зрения) работ представителей древнеримского научного мира, выполняли самостоятельные естественно-научные и философские исследования, и их идеи об научном образовании имели огромное влияние в творчество самых известных мыслителей последующих веков как в Азии, так и в Европе.

В период правления халифа ал-Мамуна (IX век) имелось множество медресе (учебных заведений), библиотек, а также существовала академия «Байт ал-Хикма» (Дом мудрости), где имелись многочисленные рукописи наиболее выдающихся ученых Греции и Александрии, здесь была создана группа для перевода на арабский язык научных трудов Аристотеля, Платона, Гиппократ, Галена, Евклида, Архимеда, Птолемея, Герона и многих других.

Как известно, всякое научное достижение вызвано потребностями практики и в доказательстве этого аль-Хорезми в «Краткая книга об исчислении алжабр и алмукабалы» пишет: «Я составил краткую книгу об исчислении алгебры и алмукабалы, заключающие в себе простые и сложные вопросы арифметики, ибо это необходимо людям при делении наследства, составлении завещаний, раздела имущества и судебных делах, в торговле и всевозможных сделках, а также при измерении земель, проведении каналов, в геометрии и прочих подобных делах» [1]. Труды аль-Хорезми, особенно по арифметике и алгебре, оказали огромное влияние на всё последующее развитие математики и методики математики в Азии и в Европе.

Медресе – духовное учебное заведение, в то время являлось центром образования и науки и в культурных центрах средневековой Средней Азии и в IX-X веках установилась традиция, которая обязывала крупных ученых преподавать в ней. Эта традиция продолжалась и в XII-XV веках, где медресе играла роль центра развития науки и образования. Тому пример деятельность Насриддина ат-Туси (1201-1274) в Мараге (южный Азербайджан) и Улугбека (1394-1449) в Самарканде, организовавших первоклассные обсерватории и научную школу математиков и астрономов. Известный ученый Гияс ад-Дин ал-Кашани, работавший вместе с Улугбеком в своих «Письмах об Улугбеке и о Самаркандской научной школе» пишет: «Через каждые несколько дней его Величество Шах Улугбек присутствует на занятиях, в такие дни обычно бывают занятия по математике... Одно из правил ведущих здесь занятия состоит в следующем: лицо, которое приходит на очередное занятие слушателей, не знает, какая проблема будет предложена для обсуждения, в то время как ученики медресе заранее получают этот вопрос и освежают свои знания перед занятием» [2, с. 186]. Как мы видим из этого высказывания, существовали разные подходы в подготовке исследователей к изучению той или иной научной проблемы.

Рассмотрим воззрения некоторых ученых-энциклопедистов этой эпохи о

получение знаний на основе изучения естественных наук. Например, блестящие представители эпохи средневековья Фараби (873-950) и Беруни (973-1048) наряду с своими великими достижениями в различных областях естественно-математической науки и в философии, уделили важное внимание вопросам педагогики – проблемам обучения и воспитания.

Беруни (973-1048), проявляя глубокий интерес к проблемам образования, придавал очень большое значение обучению математике, а также распространению книг по математике. Сочинение Беруни «Книга вразумления начаткам науки о звездах» («Тахфим») [3], сыгравшее важную роль в развитии математики и астрономии на средневековом Востоке, представляет собой энциклопедию, где собраны важные сведения по арифметике, алгебре, геометрии и астрономии. Оно как одно из первых дошедших до нас средневековых учебных пособий, обладавших педагогическими взглядами. Так, здесь широко использован метод опроса, при котором ученик мог выбирать один или несколько ответов и ему предоставлялась возможность дать свободный ответ на поставленный вопрос. Как мы видим, зачатки тестового опроса впервые появились еще в работах Беруни.

Великий ученый и поэт средневековья Омар Хайям (1048-1131) считал, что методы обучения математике можно сделать простыми и совершенными, понятными всякому желающему, а самостоятельное изучение математики имеет огромное образовательное значение и отметил, что «математические науки более всего заслуживают предпочтения» [4, с. 70]. Также в своей работе «Комментарии к трудностям во введениях книги Евклида» (Шарх ма ашкала мин мусаддарат китаб Уклидус) [4, с. 113-146] он высказал важную методическую рекомендацию: для того, чтобы приобрести истинное знание геометрии, ученик должен размышлять над каждым понятием ее и изучать по основным предпосылкам. По его мнению, нужно развивать у ученика интерес к овладению научными знаниями, побуждать к самостоятельности.

Выдающийся ученый-энциклопедист, известный на западе как Авиценна – Абу Али ал-Хусайн ибн Абдуллах ибн Сина (980-1037), наряду с другими исследованиями в различных отраслях науки, прежде всего таких, как медицина, философия и другие уделил особое внимание к изучению различных вопросов математики, в частности, геометрии. Так, он в своих известных сочинениях «Донишнамэ» (Книга знаний) [5] и «Китоб ан-начот» (Книга спасения) посвятил геометрии отдельную часть. Он придавал особую роль при обучении выработке у учеников способности логического мышления и он подчеркивал, что важность в этом геометрии.

Использование компьютерной технологии на занятиях по истории математики даёт возможность изложить материал наглядно, в образной, а потому легко воспринимаемой и хорошо запоминающейся форме. Высоки достоинства использования видеоносителей на занятиях по истории математики, прежде всего, их оперативность и маневренность, возможность повторного применения, использование стоп-кадра. Просмотр создает эффект присутствия, подлин-

ности фактов и событий истории, вызывает интерес к истории математики как к предмету обучения.

Современный образовательный процесс предполагает развитие у обучаемых творческих способностей. Подобное требование диктует необходимость работы учащихся с информацией, самостоятельно формируемой ими в виде творческой образовательной продукции. Решению данной задачи способствует развитие проектных технологий в изучении истории математики. В данном случае информационные технологии (ИТ), предназначенные для создания информационных продуктов различного рода (текстов, презентаций, web-страниц и т.п.) по истории математики и обладающие огромным творческим потенциалом, также могли бы стать эффективным инструментом в руках студентов.

Информационно-коммуникационные технологии способны: стимулировать познавательный интерес к истории математики, придать учебной работе проблемный, творческий, исследовательский характер, во многом обновлять содержательную сторону предмета, индивидуализировать процесс обучения и развивать самостоятельную деятельность студентов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аль-Хорезми, Мухаммад ибн Муса. Математические трактаты. Ташкент: Фан, 1983. – 308 с.
2. Собиров Г.С. Творческое сотрудничество ученых Средней Азии в Самаркандской научной школе Улугбека. Душанбе.: Ирфон, 1973. – 208 с.
3. Беруни Абу Райхан. Книга вразумления начатками науки о звездах / Избр. произведения. Т. VI. Ташкент: Фан, 1975. – 328 с.
4. Хайям Омар. Трактаты М.: Восточная литература, 1961. – 338 с.
5. Ибн Сина, Абу Али. Математические главы «Книги знания» Донишнамэ. Душанбе: Ирфон.1967. – 180 с.

ON IMPLANTATION OF NEW TECHNOLOGIES IN TEACHING OF MATHEMATIC'S HISTORY

A.E. Sattorov

This work considers the issues of using new technologies on studying of mathematics history on the base of works of the medieval scientists of Central Asia.

Key words: teaching, computer, history, mathematics, medieval, scientists.

ДИССЕРТАЦИОННЫЕ РАБОТЫ НАУЧНОЙ ШКОЛЫ М.И. ЗАЙКИНА КАК ИМПУЛЬС РАЗВИТИЯ ТЕХНОЛОГИЙ ПРОДУКТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

В.Д. Селютин

Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева,
физико-математический факультет, кафедра алгебры и математических методов
в экономике, доктор педагогических наук, профессор
Россия, 302026, г. Орел, ул. Комсомольская, д. 95
Тел.: 89192678154, e-mail: selutin_v_d@mail.ru

В докладе представлен обзор ряда диссертационных работ, выполненных под руководством профессора М.И. Зайкина как части его многогранной научно-педагогической деятельности.

Ключевые слова: диссертации, обучение математике, теория, методика.

Среди исследований в области продуктивного обучения математике выделяются работы представителей научной школы доктора педагогических наук, профессора Зайкина Михаила Ивановича. Многочисленные статьи и книги этого талантливого ученого и педагога, посвятившего свою жизнь служению науки, составляют бесценный клад на ниве образования. Значительный личный вклад М.И. Зайкина в решение проблем дидактики, теории и методики обучения и воспитания с давних пор усиливался и продолжает обогащаться результатами научной деятельности многочисленных его учеников и последователей. Многогранность его идей, принятых на вооружение представителями созданной им научной школы, широчайший спектр тематики проводимых ими исследований невозможно осветить в одном докладе. Это должно стать предметом специальных исследований. Поэтому остановимся лишь на диссертационных работах, защищавшихся в Орле, где еще в 1995 году был создан диссертационный совет по специальности 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика в системе начального, среднего и высшего образования).

Автором самой первой кандидатской диссертации, привезенной в наш диссертационный совет из Арзамаса, была ученица Михаила Ивановича С.В. Алексеева. Защита этой диссертации состоялась в 1998 году. Данная работа посвящена проблеме организации углубленного изучения курса геометрии 8-9 классов на основе внутриклассной дифференциации. Выявив социальные, экономические, психологические, организационно-педагогические и методические предпосылки, а также принципы отбора учебного материала, С.В. Алексеева разработала основные направления обогащения содержательно-методических линий при углубленном изучении геометрии [1].

При этом было предложено специфическое построение учебного процесса, предполагающее различные варианты прохождения учащимися отдельных этапов урока (с учетом неравномерности), различные структуры уроков в учебных группах, формы дополнительных занятий по углубленному изучению геометрии. Особого внимания заслуживают способы и приемы дифференциации

учебных заданий по геометрии, которые основаны как на усложнении базового исходного задания, так и на предъявлении заданий, предполагающих нахождение нескольких различных способов решения, и на упрощении трудного исходного задания. Разработана учебная программа изучения геометрии на базовом и углубленном уровнях, предложены планирование учебного материала при совместном обучении школьников базового и углубленного уровней, учебное пособие в виде учебника-тетради и методическое обеспечение углубленного изучения геометрии в 8-ых и 9-ых классах на основе внутриклассной дифференциации.

В том же в 1998 году в Орле защищала свою кандидатскую диссертацию еще одна ученица Михаила Ивановича из Арзамаса С.Ю. Дивногорцева. Ею рассмотрена проблема развития геометрического видения учащихся 1-6 классов при обучении математике [4]. Уточнение стержневого понятия «геометрическое видение» состояло в аналитико-синтетической деятельности по обнаружению, распознаванию и мысленному преобразованию геометрических фигур при восприятии чертежей. Выделены следующие компоненты геометрического видения: наблюдательность, глазомер и преобразующая деятельность школьника, а также его операционный состав и уровни развития. Система упражнений, обеспечивающих развитие геометрического видения учащихся 1-6 классов, и методические рекомендации по их использованию, явились практическим выходом разработанной концепции развития геометрического видения учащихся 1-6 классов при обучении математике.

Диссертантка Н.В. Гусева так же подготовила свою работу в Арзамасском государственном педагогическом институте имени А.П. Гайдара под руководством М.И. Зайкина. Защита ее кандидатской диссертации состоялась в Орле в 1999 году. Она посвящена проблеме поиска эффективных путей раскрытия эстетического потенциала математики при обучении в 5-6 классах средней школы [3]. Автор рассматривает эстетический потенциал школьной математики как совокупность проявлений прекрасного в учебном материале математических предметов, в том числе то, что общепризнано красивым в математике, а также, что должно быть таковым по канонам эстетики. Выдвинут тезис о том, что его раскрытие комплексно решает задачи эстетического воспитания учащихся, развивая их творческие способности. При этом систематическое создание эмоционально-окрашенной атмосферы усвоения знаний способствует повышению качества обучения математике. Предложенный креативно-созидательный подход, заключающийся в создании обучающимися прекрасного средствами математики, составил научную новизну данного исследования. Дана характеристика эстетического потенциала пропедевтического курса математики путем выделения ряда основных сквозных содержательно-эстетических линий, пронизывающих весь этот курс. Для курса математики 5-6 классов разработано методическое обеспечение раскрытия его эстетического потенциала. Оно содержит номенклатуру и содержание общих творческих работ, а также творческих заданий по каждой из основных содержательно-эстетических линий.

Выполненное под руководством М.И. Зайкина в Арзамасском государственном педагогическом институте имени А.П. Гайдара исследование учителя Е.В. Никольского посвящено проблеме визуализации функциональных зависимостей компьютерными средствами при обучении математике через систему способов и приемов учебной деятельности учащихся [9]. Он защитил кандидатскую диссертацию в Орле в 2000 году. Под визуализацией он понимает образное представление функциональных зависимостей, содержащихся в учебном материале, и мысленное оперирование ими при описании и характеристике основных свойств этого материала. К предложенным им способам визуального представления «школьных» функциональных зависимостей относятся: графический, табличный, текстуальный, аналитический и алгоритмический. Как доказывает автор диссертации, при использовании компьютерных средств обучения достигается интеграция основных способов визуального представления функциональных зависимостей. Использование визуальных возможностей компьютера повышает возможности значительного улучшения качества знаний и умений решать школьные алгебраические задачи. Разработанное в диссертации методическое обеспечение визуализации функциональных зависимостей компьютерными средствами содержит учебный материал элементарных функций, элементов математического анализа, уравнений, неравенств и их систем.

Диссертационная работа О.И. Чирковой из Коряжемского филиала Поморского государственного университета им. М.В. Ломоносова защищалась в Орле в 2002 году. Научный руководитель М.И. Зайкин направил исследование на поиск эффективных путей реализации идеи опережающего ознакомления при обучении доказательствам теорем. Сущность идеи опережающего ознакомления с элементами новых для школьников учебных вопросов автор трактует как деятельность обучаемых в ситуациях, когда они имеют возможность в той или иной мере «обгонять» программный материал [10]. При этом ознакомление с элементами нового материала происходит без обязательного заучивания, ненавязчиво, носит характер подготовительной работы. Реализована идея опережающего ознакомления на примере обучения доказательствам геометрических теорем.

Следующая диссертанткой, которая приезжала в Орел из Коряжемского филиала Поморского государственного университета им. М.В. Ломоносова, была Н.А. Шкильменская. Она также написала свою кандидатскую под руководством М.И. Зайкина. Наш совет присудил ей ученую степень кандидата наук в 2002 году. В работе дано теоретическое обоснование различным вариантам углубленного изучения алгебры в 8-9 классах средней школы на основе внутренней дифференциации и проведена их сравнительная эффективность [11]. Концептуальные основы организации такого изучения включают принципиальные положения, касающиеся углубленного изучения алгебры и особую типологию уроков совместного обучения учащихся на базовом и углубленном уровнях. На примере углубленного изучения алгебры в 8-9 классах описано многообразие вариантов, которые характеризуются различными сочетаниями основ-

ных дидактических возможностей для изучения дополнительного материала: частей уроков, этапов урока, единичных уроков и совокупностей уроков. Разработанное методическое обеспечение углубленного изучения алгебры в 8-9 классах на основе внутренней дифференциации содержит учебную программу, различные варианты планирования учебного материала, методические рекомендации, по изучению основных элементов содержания курса алгебры в 8-9 классах, учебники-тетради.

В следующем 2003 году из Коряжмы была Н.Н. Егулемова. В ее диссертационном исследовании впервые целостно охарактеризованы возможности видоизменений учащимися геометрических задач в процессе их решения как эффективного средства развития познавательного интереса к геометрии [5]. Михаилу Ивановичу удалось направить исследование в русло разработки методического обеспечения, позволяющего развивать познавательный интерес школьников посредством вовлечения их в систематическую работу по видоизменению геометрических задач. Доказано, что видоизменение задач в обучении математике многофункционально, оно может выступать в качестве приема активизации поисковой деятельности учащихся, способов составления учебных заданий, и в качестве средства развития у них познавательного интереса, а также их творческих наклонностей. Предложены способы расширения предметных областей исходной задачи: изменение компонентов задачи, эквивалентное переформулирование задачи, составление задач по наперед заданным условиям. Присуждение ей ученой степени кандидата наук состоялось в Орле в 2003 году.

А в 2004 году в Орле защищалась Л.В. Лихачева, которая подготовила кандидатскую диссертацию на базе Арзамасского государственного педагогического института имени А.П. Гайдара под руководством М.И. Зайкина. В этой работе теоретически обоснованы аспекты, способы и средства использования коллективной учебно-исследовательской деятельности студентов при обучении математике в средних специальных учебных заведениях [8]. Доказано, что использование коллективных форм организации учебных исследований при обучении математике в ССУЗах оказывает существенное влияние на формирование знаний студентов и на развитие их личности. Выделены основные этапы коллективной учебно-исследовательской деятельности (постановка проблемы, выдвижение гипотезы, доказательство или опровержение гипотезы), а также их детализация. Уточнены функции коллективной учебной исследовательской деятельности и выявлено их воспитательное воздействие в двух аспектах: формирование личностных качеств и формирование межличностных отношений студентов. Предложены наиболее целесообразные формы коллективной учебно-исследовательской деятельности студентов ССУЗов при исследовании свойств показательной, логарифмической и степенной функций, изучении основных теорем стереометрии, векторов в пространстве, свойств многогранников.

А.В. Кузнецовым был предпринят поиск путей и средств обучения школьников методам исследований математических зависимостей с использованием компьютера, реализующих богатые вычислительные, графические и визуализаци-

онные возможности ЭВМ [7]. Осуществляя научное руководство, Михаил Иванович Зайкин, определил цель: разработку методического обеспечения исследований математических зависимостей при изучении алгебры в старших классах с использованием компьютера. При подготовке диссертации была показана целесообразность использования учебных исследований математических зависимостей с применением компьютерного моделирования при изучении следующего материала: тождественность функций, количество равных значений функций при равных значениях аргумента, четность или нечетность функций, наличие точек экстремума, точек разрыва и точек перегиба, максимальное и минимальное значение функции и др. Выделены этапы деятельности учителя при обучении видам исследований математических зависимостей с применением ЭВМ. Разработана программа факультативного курса по изучению математических зависимостей с применением компьютерного моделирования и содержание этого курса. Важное значение имеют принципы обоснования выбора вида компьютерного исследования в зависимости от постановки проблемы исследования. Завершив работу на соискание ученой степени кандидата педагогических наук в Арзамасе, А.В. Кузнецов защитил ее в Орле 2005 году.

Из Коряжмы приезжала защищаться в Орел еще одна диссертантка М.И. Зайкина. Это Н.В. Вахрушева, которая работала в Северном филиале Московского гуманитарно-экономического института, а кандидатскую диссертацию подготовила в Арзамасском государственном педагогическом институте им. А.П. Гайдара. Ученая степень кандидата педагогических наук была присуждена ей в 2006 году. Диссертация посвящена исследованию проблемы профессиональной направленности обучения математике студентов экономических специальностей вузов с позиции деятельностного подхода к обучению, выраженного в использовании цепочек взаимосвязанных профессионально ориентированных задач в учебном процессе [2]. Автором показана возможность эффективной реализации профессиональной направленности математической подготовки на основе специально сконструированных цепочек профессионально ориентированных задач экономической тематики. Применительно к экономической тематике выделены четыре основных вида таких цепочек. Рассматриваемые цепочки задач должны развиваться по сюжетным и прикладным линиям. Их фабулы обеспечивают развитие профессионально значимой для ученика информации, решения же осуществляются с применением изучаемых математических методов. Для студентов экономических специальностей вузов при построении цепочек профессионально ориентированных задач важно придерживаться двух основных стратегий: 1) математической, выражающейся в применении аппарата к экономике; 2) экономической, выражающейся во внедрении экономического содержания в формулировки математических задач. Разработанные комплексы цепочек профессионально ориентированных задач составили ядро методического обеспечения по реализации профессиональной направленности обучения студентов-экономистов математике.

Относительно недавно, в 2013 году, в Орле состоялась защита кандидат-

ской диссертации аспирантки М.И. Зайкина М.И. Коньковой, проживавшей в городе Сарове и подготовившей свою работу в Арзамасском филиале Нижегородского государственного университета имени Н.И. Лобачевского. Ею предложен новый подход к обучению студентов технических направлений подготовки основам дифференциального исчисления, который базируется на использовании образных (графических) представлений на всех этапах формирования математических абстракций, обогащающий деятельностную основу обучения студентов, позволяющий облегчить понимание ими сущности изучаемого математического материала, преодолеть формализм в знаниях, более успешно реализовать прикладную направленность математической подготовки будущих специалистов-техников [6]. Разработана модель методической системы обучения студентов технических направлений подготовки с опорой на образные представления. В диссертации выделены основные блоки этой модели, определена стратегия развития образных представлений по основам дифференциального исчисления, определено прохождение нескольких стадий. Разработан комплекс учебных заданий для студентов, выполнение которых связано с использованием образных представлений при изучении дифференциального исчисления.

Подготовленные под руководством М.И. Зайкина диссертационные работы всегда выделялись высоким качеством, диссертанты отличались безукоризненной подготовленностью к защите. Состав диссертационного совета Д 212.183.04, созданного на базе Орловского государственного университета (ныне имени И.С. Тургенева), благодарен бывшему его члену Михаилу Ивановичу Зайкину за неутомимую работу по подготовке научных кадров, за творческое сотрудничество с нами, удостоившимися счастья быть свидетелями раскрытия уникального таланта, яркой научно-педагогической и научно-организационной деятельности выдающегося педагога.

Присуждение ученых степеней придало новый толчок исследовательской деятельности его диссертантов. Они активно продолжают творческие изыскания, стали авторами статей в ведущих научных журналах. Некоторые в последствии успешно завершили и защитили докторские диссертации. В своей совокупности диссертационные работы научной школы М.И. Зайкина придают значительный импульс развитию технологий продуктивного обучения математике.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алексеева С.В. Углубленное изучение курса геометрии 8-9 классов средней школы на основе внутриклассной дифференциации: автореф. дис. ... канд. пед. наук. – Орел, 1998. – 18 с.
2. Вахрушева Н.В. Использование цепочек взаимосвязанных задач в реализации профессиональной направленности обучения математике в экономическом вузе: автореф. дис. ... канд. пед. наук. – Орел, 2006. – 18 с.
3. Гусева Н.В. Теоретические и методические основы раскрытия эстетического потенциала школьной математики при обучении в 5-6 классах: автореф. дис. ... канд. пед. наук. – Орел, 1999. – 18 с.
4. Дивногорцева С.В. Развитие геометрического видения учащихся при обучении ма-

тематике в 1-6 классах: автореф. дис. ... канд. пед. наук. – Орел, 1998. – 18 с.

5. Егулемова Н.Н. Видоизменение геометрических задач как средство развития познавательного интереса учащихся основной школы: автореф. дис. ... канд. пед. наук. – Орел, 2003. – 18 с.

6. Конькова М.И. Обучение основам дифференциального исчисления студентов технических направлений подготовки с опорой на образные представления: автореф. дис. ... канд. пед. наук. – Орел, 2013. – 21 с.

7. Кузнецов А.В. Исследования математических зависимостей с использованием компьютера при изучении алгебры в старших классах: автореф. дис. ... канд. пед. наук. – Орел, 2005. – 18 с.

8. Лихачева Л.В. Теоретические и методические основы использования коллективной учебно-исследовательской деятельности студентов при обучении математике в вузах: автореф. дис. ... канд. пед. наук. – Орел, 2004. – 21 с.

9. Никольский Е.В. Визуализация функциональных зависимостей компьютерными средствами в курсе математики средней школы: автореф. дис. ... канд. пед. наук. – Орел, 2000. – 18 с.

10. Чиркова О.И. Реализация идеи опережающего ознакомления при обучении доказательствам теорем в курсе геометрии основной школы: автореф. дис. ... канд. пед. наук. – Орел, 2002. – 18 с.

11. Шкильменская Н.А. Различные варианты углубленного изучения алгебры в 8-9 классах на основе внутренней дифференциации и их сравнительная эффективность: автореф. дис. ... канд. пед. наук. – Орел, 2002. – 18 с.

THESIS RESEARCH BY M.I. ZAYKIN SCIENTIFIC SCHOOL AS AN IMPETUS
FOR THE DEVELOPMENT OF PRODUCTIVE TECHNOLOGIES
FOR EFFECTIVE MATHEMATICS EDUCATION

V.D. Selyutin

The report provides an overview on scientific research carried out under the supervision of Professor M.I. Zaykin as part of his extensive scholarly and academic experience.

Keywords: Index terms: theses, maths education, theory, methodology.

ОБ ИСТОРИЧЕСКОМ АСПЕКТЕ РАЗВИТИЯ WEB-КВЕСТ ТЕХНОЛОГИИ ПРОДУКТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

С.В. Напалков

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Арзамасский филиал, физико-математический факультет, кафедра прикладной информатики,

кандидат педагогических наук, доцент

Россия, 607220, Нижегородская обл., г. Арзамас, ул. К. Маркса, д. 36

Тел.: 89506200330, e-mail: nsv-52@mail.ru

В статье описаны исторические аспекты развития Web-квест технологии в обучении школьников, а также особенности подхода к проведению занятий по математике в школе с целью повышения продуктивности обучения.

Ключевые слова: Web-квест, Web-квест технология, продуктивное обучение математике.

На заседании президиума Совета при Президенте Российской Федерации были утверждены четыре пилотных проекта, охватывающих все уровни – от школы до вуза. Один из проектов направлен на повышение качества и доступности онлайн-образования. Цель реализуемых проектов состоит не только в том, чтобы дать детям знания, но и развить их творческий и умственный потенциал, научить решать самые неожиданные задачи самыми непривычными методами.

Этому послужил устойчивый интерес школьников и педагогов к сети Интернет. Причин тому много: и легкость общения со сверстниками и коллегами, и удивительная простота поиска информации и документации для написания программ или рефератов, составления презентаций, и многое другое. Так, например, каждый учащийся может создать в сети свою собственную страничку (собственный информационный ресурс), которая тут же становится доступной миллионам пользователей Сети. Кроме того, Интернет предоставил возможность многим детям активно общаться, обучаться по программам учреждений дополнительного образования дистанционно – через Сеть.

В связи с этим в педагогической науке всё больше уделяется внимания использованию возможностей Интернет-технологий в образовании. Интернет-технологии достаточно гибки и вариативны сами по себе, поэтому работа с ними позволяет учитывать специфику состава класса, наличие в нём тех или иных типологических групп учащихся, а, следовательно, осуществлять дифференцированный или индивидуальный подход к школьникам, использовать групповые и индивидуальные формы продуктивного обучения [1, 2].

В настоящее время происходит расширение возможностей информационного взаимодействия в условиях Интернета, которое определяется развитием Web-технологий. Основой Web-технологии является гипертекстовая информационная система, типа «клиент-сервер». Web-технологии расширяют возможности для повышения продуктивности образовательного процесса по всем

школьным предметам, в частности, по математике, поскольку используют различные формы предоставления математической информации с применением электронных средств учебного назначения [3].

В работах С.Ф. Катержиной рассматриваются вопросы, связанные с развитием познавательной самостоятельности студентов технического вуза при обучении математике с использованием Web-технологий, под которыми понимается технология навигации по гиперссылкам, которая позволяет создавать различные обучающие системы, а те, в свою очередь, могут являться основой для организации различных форм дистанционного образования [4]. И.В. Роберт под Web-технологией понимает такую технологию, которая «интегрирует и унифицирует решение задач в области сетевых баз данных, задач на уровне клиента, сервера и мультимедийных задач» [5, с. 86].

Одной из важных особенностей Web-технологий является возможность реализации технологий гипертекст и гипермедиа. Напомним, что гипертекст (гипертекстовый документ) содержит ссылки на другие документы, позволяя переходить к ним в произвольно выбранной последовательности. Аналогично гипермедиа – документ, который помимо текста содержит графику, звуковое сопровождение, видеотреклеты, и позволяет осуществить переход, используя не только элементы текста, но и изображения [5]. Это во многом определяет *технологические предпосылки* использования Web-квест технологий в образовательном процессе с целью улучшения продуктивности обучения математике.

Развитие современных информационных технологий позволяет значительно продвинуть гипертекстовые и гипермедиа технологии, открывая широчайшие перспективы для качественного скачка в сфере образования. Линия на информатизацию в сфере образования позволила разработать различные высокотехнологичные обучающие методики, в том числе и Web-квесты.

Технология Web-квест была разработана в 1995 году профессорами государственного университета Сан Диего, Берни Доджем и Томом Марчем. В скором времени она стала известна и усовершенствована в Швейцарии. В последнее время внимание исследователей приковано к педагогическим возможностям образовательных Web-квестов [6-10]. Выполнен ряд диссертационных исследований по их использованию в обучении, в том числе, математике (О.В. Волкова [3], Г.А. Воробьев [11], Е.И. Багузина [12], С.Ф. Катержина [4] и др.).

Как известно, использование Web-квестов в обучении изначально предполагало такой способ организации поисковой деятельности учащихся, при котором вся информация, предоставляемая обучающимся, или ее часть, поступает из Интернет-источников, дополняясь видеоконференцией (Б. Додж).

В настоящее время в связи с расширением сферы применения Web-квест технологий уточняется сущность данной категории, появляются различные типологии Web-квестов, рассматриваются их структуры и функциональные возможности. Само название *Web-квест* происходит от двух составляющих: *веб* – (от англ. *Web* – паутина) – это Всемирная Система, которая предоставляет до-

ступ к связанным между собой документам, находящимся на разных компьютерах, подключенных к Интернету. Всемирная паутина состоит из миллионов Web-серверов, которые расположены по всему миру. Web-сервер – это программа, которую используют для передачи данных на подключенных к сети компьютерах; и *квест* (от англ. *Quest* – поиск, приключение) в современной педагогической литературе [3] трактуется как поиск, исследование; обозначает выполнение заданий с элементами ролевой игры при использовании информационных ресурсов: «специальным образом организованный вид исследовательской деятельности, для выполнения которой ученики осуществляют поиск информации в Сети по указанным адресам».

Существует ряд определений Web-квестов:

- созданный преподавателем или учащимися сценарий проектной деятельности по различным актуальным (интересным для обсуждения, острым, проблемным) темам при использовании многочисленных информационных ресурсов;
- организованный вид самостоятельной исследовательской деятельности с использованием возможностей Интернета;
- организованная специальным образом Web-страница;
- инновационный способ организации самостоятельной работы учащихся;
- разработанный самостоятельно на основе дидактической структуры ресурс Интернета и предложенный для выполнения;
- дидактическая модель осмысления, толкования рациональной работы с персональным компьютером и информационными ресурсами Интернет, служащая в качестве способа активизации учебной деятельности [3, с. 72].

Е.И. Багузина, рассматривая Web-квест как дидактическое средство формирования иноязычной коммуникативной компетентности, определяет его как проблемное задание с элементами ролевой игры, для выполнения которого используются информационные ресурсы Интернета [12].

Г.А. Воробьев, описывая процесс формирования социокультурной компетенции посредством Web-технологий, характеризует Web-квест как виртуальный проект, при этом часть или вся информация, с которой работает учащийся, по мнению автора, может находиться на различных Web-сайтах [11].

Заметим, что Web-квесты в работах различных исследователей анализируются с точки зрения решения общепедагогических задач вне связи с образовательным процессом. Исследователями мало освещены возможности использования Web-квест технологий в организации учебной деятельности школьников на уроках. Описываются лишь некоторые из них, чаще всего, в связи с обучением гуманитарным предметам.

Однако в школьной практике Web-квесты находят применение и в сфере математического образования [13-16]. При достаточно простом способе включения в учебный процесс, не требующем особых технических знаний, они могут способствовать развитию критического и абстрактного мышления, умений сравнивать, анализировать, классифицировать, навыков самостоятельного пла-

нирования, целеполагания, активного познания изучаемого математического материала (учебного курса, учебной темы, учебного вопроса) по самостоятельно построенной образовательной траектории. Они способствуют также выбору образовательной стратегии в зависимости от сферы интересов и имеющихся способностей, в частности, возможности планирования результатов в теоретической, прикладной, исследовательской, исторической или коррекционно-аналитической деятельности, а также повышению продуктивности обучения по математике [16].

Многофункциональность образовательных Web-квестов приобретает особое значение на заключительных этапах изучения учебной темы, поскольку их использование позволяет достигать целей обобщающего повторения, способствует обобщению, систематизации знаний, приведению их в целостную систему.

Поэтому вполне правомерно говорить о целесообразности использования *тематических* образовательных Web-квестов по математике, как основе Web-квест технологии, которые позволяют решать и такую важную задачу совершенствования математической подготовки школьников, как задачу повышения продуктивности обучения математике.

Под *тематическим образовательным Web-квестом* мы понимаем такой Web-квест, который имеет информационный контент, определяющийся содержанием учебной темы, целями и задачами её изучения, и предполагает выполнение учащимися поисково-познавательных заданий по поиску и отбору информации с использованием Интернет-ресурсов, способствующих систематизации и обобщению изученного материала, его обогащению и представлению в виде целостной системы. При обучении математике в основной школе считаем целесообразной игровую форму выполнения Web-квестовых заданий при ролевом самоопределении учащихся.

Выполнение поисково-познавательных заданий тематического образовательного Web-квеста в малых группах или индивидуально позволяет педагогу организовать проектную деятельность обучающихся, а самим обучающимся сформировать соответствующие навыки создания проектов по итогам выполнения каждого задания.

Использование современной Web-квест технологии предоставляет возможность организовать занятия различными способами: выполнение заданий Web-квеста по каждой теме может быть осуществлено в малых группах или индивидуально; в классе под руководством педагога или самостоятельно в домашней работе; оформление проектов по итогам выполнения каждого задания также предполагает различные варианты – в печатной, рукописной форме (реферат, исследование, творческая работа) или в виде компьютерного файла, презентации и т.п.

Решение выделенных учебных задач при использовании тематических образовательных Web-квестов, способствующих обобщению и систематизации учебного материала темы, фактически позволяют охватить все компоненты её

содержания: информационный, методологический, смысловой и ценностный. А поэтому способствуют правильному формированию у учащихся представлений о предмете математики, о математическом моделировании, а также повышению продуктивности обучения школьников.

ЛИТЕРАТУРА

1. Web-технологии в образовательном пространстве: проблемы, подходы, перспективы: сборник статей участников Международной научно-практической конференции / Под общей редакцией С.В. Арюткиной, С.В. Напалкова. 2015. – 581 с.

2. Современные web-технологии образовательного назначения: перспективы и направления развития: сборник статей участников Международной научно-практической конференции / Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Арзамасский филиал; Под общей редакцией С.В. Мироновой, С.В. Напалкова. 2016. – 387 с.

3. Волкова О.В. Подготовка будущего специалиста к межкультурной коммуникации с использованием технологии Веб-квестов: дис. ... канд. пед. наук. – Белгород, 2010. – 217 с.

4. Катержина С.Ф. Развитие познавательной самостоятельности студентов технического вуза при обучении математике с использованием Web-технологий: дис. ... канд. пед. наук. – Ярославль, 2010 – 174 с.

5. Роберт И.В. Информационные и коммуникационные технологии в образовании: Учебно-методическое пособие для педагогических вузов / Под ред. И.В. Роберт. / И.В. Роберт, С.В. Панюкова, А.А. Кузнецов, А.Ю. Кравцова. – М. – 374 с.

6. Максимова Н.А. Применение сервисов Web 2.0 в учебном процессе // Web-технологии в образовательном пространстве: проблемы, подходы, перспективы: сборник статей участников Международной научно-практической конференции / Под общей редакцией С.В. Арюткиной, С.В. Напалкова. – 2015. – С. 101-106.

7. Воронова Е.Н. Использование Веб-квест технологии в процессе обучения английскому языку в вузе // NovaInfo.Ru. – 2015. – Т. 1. – № 30. – С. 213-219.

8. Шкильменская Н.А. Использование задачных конструкций в образовательном Web-квесте как средство подготовки учащихся к олимпиадам // Web-технологии в образовательном пространстве: проблемы, подходы, перспективы: сборник статей участников Международной научно-практической конференции / Под общей редакцией С.В. Арюткиной, С.В. Напалкова. – 2015. – С. 274-277.

9. Кручинин М.В., Кручинина Г.А. Применение Web-квест-технологии в самостоятельной работе студентов вуза при изучении гуманитарных дисциплин // Современные Web-технологии образовательного назначения: перспективы и направления развития: сборник статей участников Международной научно-практической конференции / Под общей редакцией С.В. Мироновой, С.В. Напалкова. – 2016. – С. 164-172.

10. Глизбург В.И. Профессиональная подготовка магистров педагогического образования к интегрированному обучению школьников // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия: Педагогика и психология. – 2015. – № 1 (31). – С. 27-32.

11. Воробьев Г.А. Веб-квесты в развитии социокультурной компетенции. Монография. – Пятигорск: ПГЛУ, 2007 – 168 с.

12. Багузина Е.И. Веб-квест технология как дидактическое средство формирования иноязычной коммуникативной компетентности: на примере студентов неязыкового вуза: дис. ... канд. пед. наук. – М., 2011 – 238 с.

13. Арюткина С.В., Напалков С.В. Практикум по решению задач школьной математики: использование Web-квест технологии (учебно-методическое пособие) // Международный журнал экспериментального образования. – 2015. – № 2-2. – С. 249.

14. Нестерова Л.Ю. Совокупности специализированных задач для подготовки учащихся к итоговой аттестации по математике // Задачные конструкции математического развития школьников: сборник статей участников научно-методического семинара / Под общей редакцией С.В. Арюткиной, С.В. Напалкова. – 2015. – С. 51-53.

15. Арюткина С.В. О месте циклов математических задач в информационном контенте тематического образовательного Web-квеста // Преподавание математики, физики, информатики в вузах и школах: проблемы содержания, технологии и методики: материалы V Всероссийской научно-практической конференции. – 2015. – С. 16-18.

16. Зайкин М.И. Виртуальный класс в дополнительном образовании сельских школьников: учебно-методическое пособие / М.И. Зайкин, С.В. Арюткина, С.В. Менькова, А.А. Статуев, М.И. Фокеев. – Арзамас, 2008. – 120 с.

ABOUT HISTORICAL ASPECT OF DEVELOPMENT WEB QUEST OF TECHNOLOGY OF PRODUCTIVE TRAINING IN MATHEMATICS

S.V. Napalkov

In article historical aspects of development technology Web quest in training of school students, and also features of approach to teaching mathematics at school for the purpose of increase in productivity of training are described.

Keywords: Web quest, Web quest technology, productive training in mathematics.

Статья подготовлена по результатам научно-исследовательской работы № 2954: Видовое многообразие задачных конструкций продуктивного обучения математике, выполняемой в рамках базовой части государственного задания в сфере научной деятельности по заданию №2014/134.

ПРОДУКТИВНАЯ СИНЕРГЕТИКА В ШКОЛЬНОМ МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ

И.М. Дуркин¹, Н.А. Максимов²

¹МОУ СОШ № 52, учитель физической культуры,

²МОУ «Гимназия №10», учитель физической культуры

Россия, 170028, г. Тверь, пр-т Победы, д. 67 кв. 70

Тел.: 89201676721, e-mail: makss-kot@mail.ru

В статье рассматриваются вопросы применения синергетического подхода в практике обучения учащихся общеобразовательных школ как одного из продуктивных подходов в современном образовании, прослеживается исторический аспект развития синергетики как науки и педагогического явления.

Ключевые слова: продуктивность обучения, синергетический подход, школьное образование.

В современных условиях возрастающей изменчивости окружающего мира и деятельности человека появилась потребность в специалистах, обладающих творческим потенциалом, информационной культурой, способностью к самообразованию, умеющих быстро адаптироваться и ориентироваться в сложной ситуации. Поэтому в России XXI века происходят инновационные процессы, которые коренным образом модернизируют всю систему отечественного образования. Существенные изменения становятся заметны и в педагогической теории, и в практике учебно-воспитательного процесса.

Как показывает анализ педагогической практики, в современной средней школе за последние годы четко обозначился переход на гуманистические, личностно-ориентированные технологии обучения и воспитания детей. Но все же в учебном процессе массовой школы сохраняются противоречия между «фронтальными» формами обучения и сугубо индивидуальными способами учебно-познавательной деятельности, между необходимостью дифференциации образования и единообразием, между объяснительно-иллюстративным, репродуктивным методами работы и активно-деятельностным характером учения.

Проблемы поиска путей эмоционально-положительного обучения, форм и методов организации перехода от развития учащихся к саморазвитию, проблемы вовлечения всех, без исключения, учащихся в творческий процесс урока остаются актуальными на протяжении многих лет. Для решения большинства из них, по мнению доктора педагогических наук, профессора Н.В. Аммосовой, более подходит появившееся в XX веке новое методологическое направление в науке – синергетика. В сжатом определении синергетику трактуют как теорию самоорганизации. В более развернутом определении – это наука, исследующая процессы самопроизвольного перехода сложных систем из менее упорядоченного, неравновесного состояния в более упорядоченное и вскрывающая такие связи между элементами этой системы, при которых их суммарное действие в рамках системы превышает по своему эффекту простое сложение эффектов действий каждого элемента в отдельности.

Понятие «синергетика» введено в обиход науки немецким физиком Г. Хакеном. Как самостоятельная наука синергетика возникла в 70-х годах XX века. Огромный вклад в развитие синергетики внес И. Пригожин – бельгийский ученый, имеющий русские корни. Успехи, достигнутые в синергетике, позволили обосновать философские основы процессов самоорганизации (И. Пригожин, И. Стенгерс, Е.Н. Князева, В.И. Рузавин и др.), дали возможность использования синергетического подхода в рассмотрении социальных систем и личности в системе отношений (А.Г. Асмолов, Н.Ф. Вишняков и др.), осуществлять обоснование использования принципов синергетики в исследовании природы творчества (Ю.В. Шаронин и др.), раскрытие универсальных механизмов самоорганизации сложных систем, как природных, так и человекомерных.

Концепция самоорганизации выделяет универсальные закономерности для всех явлений, где преобладает неравновесность, нелинейность (многовариантность), флуктуации (случайные изменения, отклонения) и бифуркации (от лат. *furcatus* – разделенный; переломная точка в развитии системы). С позиции синергетического подхода к процессу обучения, учитель и ученик стремятся работать во взаимодействии, при котором становятся возможными процессы порождения знаний самим учеником, его активное продуктивное творчество. Обучение становится интерактивным, а образование заключается в открытии себя или сотрудничестве с самим собой и с другими людьми.

Актуальность проблем эмоционально-положительного отношения к учению, перехода от развития учащихся к саморазвитию подтверждается многочисленными научными диссертациями. И сети Интернет педагоги постоянно поднимают эти проблемы: «...Как реализовать проблему полной занятости каждого ученика на уроке, исключить иждивенчество? Какую методику избрать из многообразия методик, чтобы достичь наилучшего результата? ...», «учителю, прежде всего, необходимо создать на уроке атмосферу доброжелательности, доверительности для реализации креативных возможностей ребёнка...», «в современной педагогике назрел целый ряд проблем: нежелание детей учиться из-за отсутствия мотивации к обучению. Проблемы эмоционально-положительного обучения, вовлечения всех, без исключения, учащихся в творческий процесс урока высказывают в Интернете учителя из разных уголков нашей страны: г. Лянтор, Сургутского района; г. Озерск; г. Москва; г. Тверь и др. Эти проблемы есть и в России и за рубежом. Эмоционально-ценностному компоненту содержания образования посвящены работы Д. Баннера, Д. Грейбилла, А. Макферсона, Д. Солтиса, Г. Фенстермахера, Д. Фрейберга и др.

Особенно показательна нервная обстановка при подготовке к ЕГЭ по математике, которая сказывается на его результатах. Ежегодно не преодолевают минимальный порог ЕГЭ по математике от 2% до 3,7% выпускников г. Твери, от 3% до 6% выпускников Тверской области, от 5% до 7% по России. Эти результаты заставляют задуматься над эффективностью используемых технологий.

Специфика предмета Математика такова, что большое количество фор-

мул, определений, теорем, методов решения тяжелы для быстрого запоминания. А программные рамки достаточно жестки: 2-3 урока и уже проверочная работа, а затем новая тема. Как правило, в такой ситуации дети либо мирятся с положением «троечника», либо тяжело переживают, доводя себя до стресса, и сидят ночами, пытаясь добросовестно разобраться в математике и во всех остальных предметах. Учебные программы по математике дополнились новыми разделами: комбинаторика, статистика, теория вероятностей... А количество учебных часов в неделю сократилось от 6 до 5. На базовом уровне в старшей школе до 4. Процесс обучения приходится вести более интенсивно. Практически не остается времени на циклическое повторение. Учителям ясно, что сейчас недостаточно только наполнить учащихся знаниями, а гораздо важнее – снабдить их умением использовать приобретенные знания в будущей профессиональной деятельности и, вообще, в жизни.

Сегодня осмысление содержания различных областей знания в контексте синергетики обнаруживает их системную взаимосвязь и приводит к интеграции знаний на основе междисциплинарных связей и к взаимовыгодным контактам преподавателей различных предметов. Такой подход способствует восстановлению целостных представлений о картине мира как единого процесса.

Ключевым моментом для понимания сущности самоорганизации, по мнению большинства ученых, является то, что саморазвитие системы происходит не только под воздействием внешних факторов, но и за счет внутренних возможностей. К ним относят мотивы, способность целеполагания, волевые установки, индивидуальные способы деятельности.

Поэтому просто необходимо каждый урок начинать с чего-то интересного, необычного, чего-то, что создаст мотив, поможет поставить и принять цель. Под воздействием цели (за которой стоят личностно значимые познавательные или социальные мотивы) и происходит самоорганизация учащихся, они привлекают для получения задуманного результата все накопленные знания, весь опыт, полученный в школе и вне школы, используют разнообразные навыки и приемы для выполнения поставленной задачи.

Таким образом, синергетический подход к образованию заключается в стимулирующем, или пробуждающем образовании, образовании как открытии себя. А междисциплинарность синергетического подхода в полной степени соответствует ФГОС второго поколения, одной из задач которых является реализация метапредметных целей изучения всех школьных дисциплин.

В качестве логически завершенной законченной единицы педагогического общения учителя и учеников выбран не урок, а блок уроков (учебное занятие), как вся совокупность уроков по теме. Структура блока довольно проста. Она представляет собой логически-упорядоченную комбинацию определенных этапов проведения занятия:

1. Вводное повторение – первичная и системная актуализация знаний: пробуждение знаний и умений, усвоенных на прошлом уроке и всех необходимых для усвоения нового, когда-либо полученных знаний и умений; диагности-

ка готовности к изучению нового.

Основные действия учителя: помощь ученикам при включении в работу через создание положительной мотивации, проблемных ситуаций, способствующих проявлению любопытства, заинтересованности. Техники работы учителя: эвристический монолог, диалог, полилог, моделирование, при необходимости показ, педагогическое наблюдение.

Учителю необходимо использовать в работе только 3 типа высказываний, каждое из которых позитивно: похвалить, уточнить, направить, помочь вспомнить забытое.

2. Презентация нового материала – предъявление укрупненного блока, включающего в себя базовые знания (несократимый минимум). На это отводится время, ограниченное необходимостью как можно быстрее переходить к самостоятельной работе школьников.

Основные действия учителя: выделение информации, служащей базой для изучения темы; придание ей формы, позволяющей ученику легко понять ее и запомнить, готовность при объяснении оказать помощь тем, кто в ней нуждается. Техники работы учителя: информационный, эвристический и внушающий монолог, моделирование, инструктаж, показ, ответы на вопросы учащихся.

3. Практика под руководством учителя или тренинг-минимум. Основные действия учителя: организация первичного закрепления материала и своевременное исправление ошибок в понимании. Техники работы учителя: эвристический монолог, моделирование, педагогическое наблюдение, диалог, полилог. При необходимости ответы на вопросы учащихся, инструктаж, показ.

4. Изучение нового материала (дополнительный объем для нуждающихся в этом) и независимая самостоятельная практика обучаемых. Особенность этого этапа состоит в том, что учащиеся по-разному нуждаются в новом и в том числе дополнительном материале.

Основные действия учителя: организация работы в парах или группах по изучаемой проблеме, выступление посредником в обмене мнений; диагностика степени усвоения изучаемого материала и организация дальнейшего продвижения по теме. Организационная схема деятельности заметно меняется от урока к уроку (в зависимости от результатов предшествующих уроков). Первые уроки довольно просты – на них встречаются одна – две группы, последние – сложные, так как почти все ученики оказываются в группах разных типов. Техники работы учителя: диалог, полилог, моделирование, педагогическое наблюдение. При необходимости инструктаж, опрос, педагогическая оценка.

По наблюдениям, именно на этом этапе становятся заметны процессы самоорганизации в детском коллективе: самостоятельный выбор заданий, способов их выполнения, самостоятельное объединение в пары или группы. Ученики начинают выполнять задания без расчета на какую-то выгоду или награду, заметно удовлетворение и удовольствие от процесса решения математических задач.

5. Самоконтроль и самооценка – самостоятельное определение западаю-

щего звена.

Деятельность учителя: ориентация на применение индивидуальных эталонов в оценке труда школьников: учащиеся оценивают себя, сравнивая не друг с другом, не с пресловутым «средним учеником», а самого себя с собой, учитывая индивидуальные продвижения и изменения. Техники работы учителя: педагогическое наблюдение и педагогическая оценка. Реализуются принципы: действуй, анализируй свои неудачные действия; выясни, как это возможно сделать, спроектируй свое новое действие. Обязательна рефлексия: что получается, что – нет, что необходимо повторить на следующем уроке. При этом понятно, что «получается и не получается» у всех разное. Но, ответы учеников помогут оптимально спроектировать следующий этап занятия.

6. Специальное или обобщающее повторение – позволяет увидеть ученикам всю тему целиком, получить некое системное ее знание. Главная задача этого этапа – обобщение и систематизация знаний, формирование целостной системы ведущих понятий по теме, курсу, выделение основных идей.

7. Контроль усвоения знаний учащихся – система тестовых, самостоятельных, контрольных работ, как для отдельных учащихся, так и для всего класса, которая строится в соответствии с классификацией когнитивных целей обучения. На определенных этапах блока учащимся предлагается серия коротких тестов с быстрой самопроверкой: выполнил без ошибок – возьми тест немного сложнее, не получилось – попробуй еще раз аналогичный.

8. Итог занятия – фиксация пути, пройденного учеником на занятии; определение соответствия замысла учителя с полученными результатами, в соответствии с когнитивными целями, поставленными на определенных этапах обучения (знание, понимание, применение, анализ, синтез, оценка).

9. Коррекция – поиск и исправление ошибок как самостоятельно, так и объединяясь в группы. Ученики получившие высший балл, могут работать с учителем, решать нестандартные задачи или помогать товарищам в поиске и коррекции ошибок, объясняя их причины.

Информация о домашнем задании – работа дома носит вариативный характер, включает задания на выбор, в том числе и творческие.

ЛИТЕРАТУРА

1. О Федеральной целевой программе развития образования на 2016-2020 годы (с изменениями на 14 сентября 2016 года). Правительство Российской Федерации Постановление от 23 мая 2015 года N 497.

2. Федеральные государственные образовательные стандарты общего образования второго поколения. <http://standart.edu.ru/catalog.aspx?CatalogId=224>.

3. Бгомолова Е.А. Методология непрерывной профессиональной подготовки учителя информатики к комплексному использованию личностно ориентированного и синергетического подходов: дис. ... доктора пед. наук. – Тамбов – 2011.

4. Баданова Т.А. Методика формирования пространственного мышления учащихся при изучении геометрии на основе синергетического подхода: дис. ... канд. пед. наук. – М., 2009.

5. Аммосова Н.В. Синергетический подход к организации деятельности учащихся. –

Астрахань, 2008.

6. Добрынин В.В. Методическая система опережающего обучения математике на основе синергетического подхода: дис. ... канд. пед. наук. – Армавир, 2005.

7. В.Н. Корчагин. Становление и развитие системно-синергетической парадигмы в педагогике (На основе анализа педагогического наследия Н.М. Таланчука): дис. ... доктора пед. наук. – Казань, 2005.

8. Меретукова З.К. Методология научного исследования и образования: учебное пособие для студентов, занимающихся НИР и аспирантов. – Майкоп: Изд-во Адыгейского гос. ун-та, 2003.

9. Князева Е.Н., Курдюмов С.П. Синергетика и новые подходы к процессу обучения «Синергетика и учебный процесс». – М. – 1999.

10. Ксензова Г.Ю. Перспективные школьные технологии: учебно-методическое пособие. – М.: Педагогическое общество России, 2000.

11. Гузеев В.В. Образовательная технология: от приёма до философии. – М.: Сентябрь, 1996.

PRODUCTIVE SYNERGETICS IN SCHOOL MATHEMATICAL EDUCATION

I.M. Durkin, N.A. Maximov

In article questions of application of synergy approach in practice of training of pupils of comprehensive schools as one of productive approaches in modern education are considered, the historical aspect of development of synergetics as science and the pedagogical phenomenon is traced.

Keywords: productivity of training, synergy approach, school education.

РАЗДЕЛ 2.

ИННОВАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ К ОРГАНИЗАЦИИ ПРОДУКТИВНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ

РАЗНОВИДНОСТИ ПРОДУКТИВНЫХ СИСТЕМ ШКОЛЬНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В КОНТЕКСТЕ ИХ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ

А.А. Аксёнов

Орловский государственный университет им. И.С. Тургенева, институт экономики и управления, кафедра математического и информационного анализа экономических процессов, доктор педагогических наук, профессор
Россия, 302001, г. Орёл, ул. Комсомольская, д. 41
Тел.: 89066610587, e-mail: aksenovaa@inbox.ru

В статье показана роль и место некоторых разновидностей продуктивных систем задач в общей теории школьных математических задач.

Ключевые слова: математика, задача, теория.

В современной теории и методике обучения математике ряд учёных не довольствуется одним термином «система школьных математических задач» даже с учётом всего многообразия обучающих, развивающих и воспитывающих функций, которые заключают в себе различные системы. Помимо этого, многие исследователи выделяют различные разновидности систем в зависимости от особенностей взаимосвязей и взаимозависимостей задач, их составляющих. В настоящее время наиболее целостные результаты в этом направлении исследований получены в Арзамасском филиале Нижегородского государственного университета имени Н.И. Лобачевского группой исследователей под руководством профессора М.И. Зайкина. Основные положения этих исследований изложены в трудах [2, 3]. В частности, в контексте специфики взаимозависимостей и взаимосвязей задач, составляющих единую *задачную конструкцию* (термин предложен М.И. Зайкиным), авторы этих работ выделяют следующие разновидности их систем:

- 1) серии математических задач;
- 2) вариации математических задач;
- 3) окрестности обращённых математических задач;
- 4) циклы математических задач;
- 5) цепочки математических задач.

I. Охарактеризуем эти разновидности задачных конструкций.

1. Под серией школьных математических задач понимается следующее: задачи образуют серию, если для них «... способ взаимосвязи задач совокупно-

сти есть главное в характеристике серии как задачной конструкции... При самом первом рассмотрении остановимся на двух особенностях, свойственных совокупностям задач, относимых к сериям:

- внешней схожести, выражающейся в одинаковой форме записи каждой задачи серии: использование одинакового или похожего сюжета, числового или буквенного выражения, уравнения, неравенства, функции, геометрической фигуры или конфигурации и т. п.;

- внутренней идентичности, определяющейся схожестью решения каждой из задач серии, которая может проявляться в использовании одной и той же формулы, тождества, преобразования, алгоритма, схемы рассуждения, какого-либо вида познавательной деятельности, метода (способа) решения и т. п.

Очевидно, эти особенности и должны входить в основное дефинитное содержание рассматриваемого понятия» [3, с. 36].

2. Вариации школьных математических задач как некая их совокупность получаются с помощью варьирования некоторой исходной задачи, что и обуславливает специфическое название этой задачной конструкции. Само варьирование может быть выполнено самыми разными способами. В частности, в работе [3, с. 63-76] исследуются различные подходы к выполнению этой процедуры, предложенные рядом исследователей. Например, точка зрения всемирно известного педагога-математика Д. Пойа, согласно которой выделены следующие основные способы варьирования математической задачи: замена термина его определением; переформулировка задачи; разложение и составление новых комбинаций; введение вспомогательного элемента; использование аналогии, обобщение задачи; специализация условия задачи.

3. Под обращением задачи понимается составление задачи, обратной к данной посредством перемены местами её условия и требования в случае, когда такая вариация приводит к появлению задачи, которая может быть решена в традиционном понимании этой процедуры.

4. Циклы задач – разновидность их конструкций, получившая свою известность и признание у исследователей и учителей математики раньше, чем появились представленные выше задачные конструкции. Единой точки зрения на сущность цикла математических задач в методике обучения математике нет. Например, А.Я. Блох рассматривал циклы заданий двух групп: задания, рассматриваемые при первоначальном знакомстве с новым материалом; задания по уже изученному материалу, вкрапленные в состав другого материала. Г.В. Дорофеев предлагает каждую задачу рассматривать с учётом наличия некоторого множества задач, связанных с ней по содержанию, методам рассуждений и совокупности используемых в её решении понятий.

5. Цепочки задач – это отдельная разновидность задачных конструкций, суть которой в том, что в сюжетной составляющей условия (или в фабуле задачи) каждой из задач данной цепочки имеет место некоторая общность, но решение каждой задачи реализуется с помощью различного математического аппарата.

II. Покажем, что все перечисленные выше задачные конструкции могут быть диалектически выведены из исходного конструктивного основания теории школьных математических задач – категории «задача», если применять эту категорию не к отдельной задаче, которая может быть частью некоего множества задач, а изначально сразу к некоторой совокупности задач.

В соответствии с исследованиями Ю.М. Колягина, В.И. Крупича и А.В. Брушлинского [1, 4, 5, 6] можно утверждать, что формулировка школьных математических задач содержит не более трёх компонентов: условие (A), требование (B) и искомое (E) (для задач на доказательство). Если принимать во внимание фабулу задачи, которая реализуется главным образом за счёт своеобразно заданного условия (но может быть задействовано и требование с искомым), получим такую разновидность задачных конструкций, как серии задач. В случае, когда в формулировке задач целенаправленно изменяется и условие, и требование (если это необходимо – совместно с искомым), получим такую задачную конструкцию, как вариации задач. Частным случаем изменения условия и требования (и искомого) является частичная или полная перемена местами конкретных данных, составляющих эти компоненты формулировки задачи. Так получается конструкция, названная окрестностью обращённых задач.

Теперь примем во внимание не только формулировку, но и своеобразие решения школьных математических задач, выраженного как собственно способом решения задачи (D), так и её теоретическим базисом (C) (также в соответствии с исследованиями Ю.М. Колягина, В.И. Крупича и А.В. Брушлинского). Если задачи данной совокупности таковы, что в работе над ними (за исключением, может быть одной, первой задачи) использование результата решения других задач (компонент E – искомое в задаче) становится частью их решения, они составляют цикл задач. Также цикл задач образуется, если в задачах некоторой совокупности реализуется одна и та же идея решения, которая заключена в таком компоненте, как способ решения задачи (D), лишь как следствие этого может быть задействован и теоретический базис задачи (C). Заметим, что при этом связь с компонентами формулировки задачи не учитывается, то есть в этом случае цикл задач основывается только на своеобразии процесса их решения.

Иная ситуация имеет место, если учитывается формулировка задачи (практически во всех своих компонентах) и процесс решения (с акцентом и на способ решения, и на теоретический базис задачи). Если варьируется формулировка (главным образом за счёт сюжетной линии задачи или её фабулы), но неизменным остаётся способ и теоретический базис решения, получается одна из интерпретаций цепочки задач. Можно, наоборот, варьировать решение задачи, практически не изменяя её формулировки, – это другая интерпретация цепочки задач. Варьирование решения можно выполнять и за счёт его способа, и за счёт теоретического базиса задачи, и с помощью обоих этих компонентов. Однако это, пожалуй, лишь частные случаи задачной конструкции, названной цепочкой задач. Выделять их как конструкции особой разновидности нет смысла, поскольку их выделено уже немало. Этот аргумент тем более справедлив с

учётом того, что помимо пяти задачных конструкций, представленных в этой статье, существуют ещё многие другие разновидности систем школьных математических задач, и всем им необходимо найти своё место в учебном процессе, поэтому выделять ещё какие-либо отдельные задачные конструкции, не имеющие принципиального отличия от уже выявленных, нецелесообразно. Если варьировать и формулировку задачи, и её решение, то, в общем случае, пожалуй, не останется какого-либо обобщающего фактора, соединяющего соответствующий набор задач в некоторую новую их задачную конструкцию.

Итак, обосновано, что серии, вариации, окрестности, циклы и цепочки школьных математических задач могут быть диалектически выведены из конструктивного основания теории, разрабатываемой в течение нескольких десятилетий в нашей стране в трудах Ю.М. Колягина, В.И. Крупича и автора настоящей статьи. Заметим, что в процессе такого диалектического выведения не учитывалось основное отношение в задаче (R), поскольку оно определяется только для уже составленной задачи, следовательно, не влияет на процесс получения новых задач из исходной задачи.

Методологический и теоретико-методический смысл обоснованного выше тезиса состоит в том, что пять рассмотренных разновидностей продуктивных систем школьных математических задач могут и должны занять достойное место в общей теории школьных математических задач, описывающей не только всё разнообразие самих задач, но и то, как их специфика влияет на сущность процесса обучения школьников общему умению работать над задачей.

Таким образом, результаты исследований М.И. Зайкина и его научной школы по рассмотренной в настоящей статье проблематике вносят существенный вклад в становление общей теории школьных математических задач.

ЛИТЕРАТУРА

1. Брушлинский А.В. Психология мышления и кибернетика. – М.: Мысль, 1970. – 202 с.
2. Зайкин М.И. Цепочки, циклы и системы математических задач. Монография / М.И. Зайкин, С.В. Арюткина, Р.М. Зайкин / Под ред. М.И. Зайкина. – Арзамас: АГПИ, 2013. – 135 с.
3. Зайкин М.И., Егулемова Н.Н., Абрамова О.М. Серии, вариации и окрестности математических задач: Монография / Под общ. ред. М.И. Зайкина, Арзамасский филиал ННГУ. – Арзамас: Арзамасский филиал ННГУ, 2014. – 149 с.
4. Колягин Ю.М. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике. Ч. I. – М.: Просвещение, 1977. – 110 с.
5. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике. Ч. II. – М.: Просвещение, 1977, – 144 с.
6. Крупич В.И. Крупич В.И. Теоретические основы обучения решению школьных математических задач. Монография. – М.: Прометей, 1995. – 166 с.

VARIETY OF SYSTEMS SCHOOL MATHEMATICAL TASKS IN THE CONTEXT OF THEIR GENERAL THEORY

A.A. Aksyonov

The article shows the role and place of some varieties of systems tasks in the general theory of school mathematical tasks.

Keywords: mathematics, task, theory.

ПРОДУКТИВНЫЕ ИНТЕГРАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ ШКОЛЬНИКОВ

Л.С. Капкаева

Мордовский государственный педагогический институт имени М. Е. Евсевьева,
физико-математический факультет, кафедра математики и методики
обучения математике, доктор педагогических наук, профессор
Россия, 430007, г. Саранск, ул. Студенческая, д. 11а
Тел.: 89603322493, e-mail: lskapkaeva@mail.ru

В статье раскрывается сущность интеграционных технологий обучения математике как технологий, основанных на интеграции содержания математических дисциплин, их методов и приемов. Приведены примеры продуктивных интеграционных технологий формирования математических понятий, изучения теорем, решения задач.

Ключевые слова: продуктивное обучение математике, интеграционные технологии, формирование понятий, доказательство теорем, решение задач.

В настоящее время, в связи с изменением парадигмы образования, активным применением новых информационных технологий в обучении и введением федеральных государственных образовательных стандартов основного и среднего (полного) общего образования, к учителю математики предъявляются всё новые и новые требования [7]. Изменяются и сами методы обучения в школе, в частности усиливается их взаимосвязь с методами науки, которую представляет данный учебный предмет [3, с. 7; 5]. В науке господствующей тенденцией сегодня является интеграция. Изменения, происходящие в современной науке, называют условно «интеграционным взрывом», «интеграционной революцией» [6, с. 10].

Усиление внимания к проблеме интеграции обусловлено тем, что в нашу эпоху почти все важнейшие проблемы развития общества приобретают комплексный характер, то есть их решение связано с использованием достижений не одной, а целого ряда наук. Кроме того, интеграция способствует интенсивному развитию науки, так как новые результаты возникают не за счет вовлечения дополнительных средств и других элементов научной деятельности, а за счет взаимодействия наук и появления в результате этого новых системных эффектов, новых качеств.

Интеграционные процессы, происходящие в современной науке, в определенной мере отражаются и в образовании, говорят даже о сближении образования и науки. Поэтому внимание к интеграции школьных дисциплин и к соответствующим технологиям не случайно. Использование интеграционных технологий в обучении часто приводит к качественно новым знаниям, недоступным вне единого подхода. Они позволяют организовать процесс обучения подобно процессу познания в науке и тем самым воздействовать на развитие творческих способностей учащихся.

Актуальность использования интеграционных технологий в обучении математике вызвана и содержанием задач ЕГЭ. Многие геометрические задачи

рационально решаются алгебраическими методами, а решение алгебраических задач предполагает использование геометрических знаний и наглядных представлений. Однако школьники привыкли к иному стилю мышления, поэтому они часто испытывают затруднения при решении таких задач. Интегративный стиль мышления следует формировать у учащихся с самого начала обучения математике, чтобы они чувствовали единство, неразрывность этой науки.

Таким образом, *под интеграционными технологиями обучения математике будем понимать в дальнейшем технологии, основанные на интеграции содержания математических дисциплин, их методов и приёмов.* Интеграционные технологии способствуют реализации деятельностного и личностно-ориентированного подходов в обучении математике.

Остановимся кратко на сущности интеграционных технологий обучения математике школьников.

I. *Интеграционная технология формирования математических понятий* сводится к следующим действиям:

1) мотивация введения понятия с использованием знаний из алгебры и геометрии;

2) одновременная трактовка понятия на алгебраическом и геометрическом языках, формулировка его определения;

3) распознавание объектов, принадлежащих понятию и представленных как в алгебраической, так и в геометрической формах;

4) выведение следствий из факта принадлежности объекта данному понятию, в случае, если этот объект представлен в геометрической или алгебраической форме;

5) решение задач и упражнений на применение данного понятия параллельно алгебраическим и геометрическим методами.

В результате такой работы у учащихся создается целостное представление о каждом изучаемом понятии. Приведем конкретные примеры.

Пример 1. Параллельные прямые (7 кл.)

Параллельные прямые изучаются в курсе геометрии 7 класса, здесь учащиеся знакомятся с определением параллельных прямых, с их геометрическим образом. Алгебраическая же характеристика параллельных прямых, а именно, условие параллельности графиков двух линейных функций, заданных формулами вида $y = kx + b$, изучается в курсе алгебры 7 класса, а условие параллельности двух прямых на векторном языке – в курсе геометрии 8 класса (по учебнику Л.С. Атанасяна «Геометрия 7-9»). В то время как психологи утверждают, что для формирования целостных знаний необходимо сближение изучения этих характеристик во времени. Целостный подход к организации и предъявлению учебного материала они считают основным условием его понимания.

Интеграционная технология предполагает, что учащиеся одновременно знакомятся с разными характеристиками изучаемого понятия.

1. *На естественном языке:* две прямые на плоскости называются параллельными, если они не пересекаются.

2. На геометрическом языке:

$$\frac{a}{b} \quad a \parallel b$$

3. На алгебраическом (буквенно-символическом) языке: параллельность двух прямых можно записать так: $\begin{cases} y = kx + b_1, \\ y = kx + b_2 \end{cases}$ или $\begin{cases} x = a, \\ x = b \end{cases}$ читается как совокупность графиков линейных функций: $y = kx + b_1$ и $y = kx + b_2$ или совокупность двух прямых $x = a$ и $x = b$, параллельных оси OY .

4. На векторном языке: две прямые параллельны, если направляющие векторы прямых a и b коллинеарны (эта характеристика сообщается в 8 классе). Термин «параллельный» означает «рядом идущий».

Для усвоения определения параллельных прямых предлагаются упражнения на распознавание объектов, принадлежащих понятию и представленных как в геометрической, так и в алгебраической формах. Приведем примеры.

1. Какие из данных на рисунке прямых являются параллельными? (Прямые могут быть представлены на слайде.)

2. Назовите пары линейных функций, графики которых параллельны:

а) $\begin{cases} y = 5x - 2, \\ y = -5x + 3 \end{cases}$; б) $\begin{cases} y - 7 = 3x, \\ y + 4 = 3x \end{cases}$; в) $\begin{cases} x - y = 5, \\ 3x - 3y = 3x \end{cases}$; г) $\begin{cases} x + y = 1, \\ x - y = 5 \end{cases}$.

На этапе применения понятия в конкретных ситуациях целесообразно проводить интегрированные уроки по теме «Параллельные прямые». На таких уроках следует решать как геометрические задачи, связанные с использованием свойств и признаков параллельных прямых, так и алгебраические, связанные с исследованием графическим методом систем двух линейных уравнений с двумя переменными. Здесь полезны упражнения типа:

1. При помощи графического и алгебраического методов показать, что следующие системы уравнений не имеют решений:

а) $\begin{cases} x + y = 3, \\ x + y = 5 \end{cases}$; б) $\begin{cases} x + y = 1, \\ 0,5x + 0,5y = 5 \end{cases}$; в) $\begin{cases} x + y = 5, \\ 2x = 5 - 2y \end{cases}$; г) $\begin{cases} x - y = 4, \\ 2x - 2y = 5 \end{cases}$.

При выполнении этого упражнения идет постоянное сопоставление уравнений данной системы, её решений с их геометрическими аналогами.

2. Не решая систему уравнений, установить, сколько решений она имеет:

а) $\begin{cases} x + y = 6, \\ x - y = 2 \end{cases}$; б) $\begin{cases} x = 4 - y, \\ y = 4 - x \end{cases}$; в) $\begin{cases} x + y = 3, \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = \frac{3}{2} \end{cases}$; г) $\begin{cases} \frac{x - y}{4} = 1, \\ \frac{3(x - y)}{4} = 3 \end{cases}$.

Чтобы правильно ответить на поставленный вопрос, учащимся необходимо представить себе геометрический образ данной системы уравнений. На характер этого образа указывают уравнения системы, а именно, учащиеся должны в каждом уравнении выразить y через x и сравнить коэффициенты при

х. Если эти коэффициенты равны, то прямые, изображающие уравнения системы, параллельны или совпадают и, значит, система не имеет решений или имеет бесконечное множество решений. Если коэффициенты при x не равны, то система имеет одно решение.

II. *Интеграционная технология изучения теорем* предполагает проведение на одном уроке разных доказательств теоремы (аналитических, геометрических и интегрированных). Она приводит к тому, что один и тот же геометрический объект осмысливается в разных интерпретациях, отношениях и связях, поэтому у учащихся создается целостное представление о нем. Кроме того, они включаются при этом в активную познавательную деятельность творческого характера: поиск разных доказательств одной и той же теоремы. Приведем пример.

Пример 2. Теорема синусов (9 кл.)

Теорема. Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов [1, с. 242].

Доказательство 1 (основанное на интеграции метода площадей и метода тождественных преобразований). Доказательство осуществляем поэтапно.

1 этап (перевод теоремы на аналитический язык).

Пусть в треугольнике ABC $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$ (рис. 1). Докажем, что

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad (\text{запись теоремы на аналитическом языке}).$$

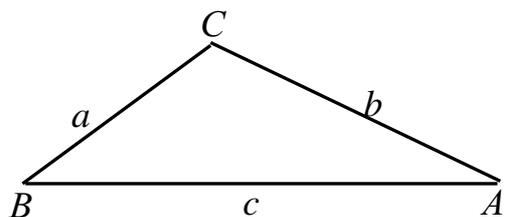


Рис. 1

По теореме о площади треугольника $S = \frac{1}{2}absinC$, $S = \frac{1}{2}bcsinA$, $S = \frac{1}{2}acsinB$.

2 этап (доказательство теоремы на аналитическом языке).

Из первых двух равенств получаем:

$$\frac{1}{2}absinC = \frac{1}{2}bcsinA, \text{ откуда после преоб-}$$

разований имеем $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$. Точно так же из второго и третьего равенств

следует $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$. Итак, $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$, что и требовалось доказать.

Доказательство 2 (основанное на интеграции тригонометрического метода и метода тождественных преобразований).

1 этап (перевод теоремы на аналитический язык).

Пусть ABC – треугольник со сторонами a , b , c и противолежащими углами α , β , γ (рис. 2). Докажем, что

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}.$$

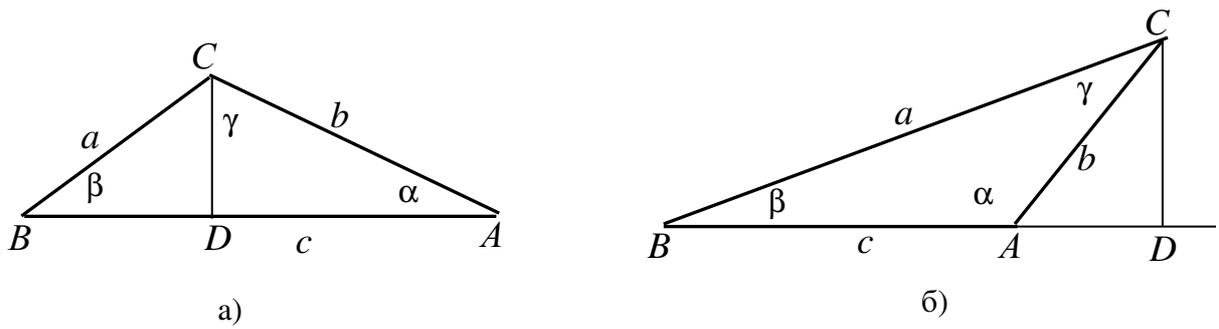


Рис. 2

Опустим из вершины C высоту CD . Из прямоугольного треугольника ACD , если угол α острый (рис. 2, а), получаем: $CD = b \sin \alpha$.

Если угол α тупой (рис. 2, б), то $CD = b \sin(180^\circ - \alpha) = b \sin \alpha$. Аналогично, из треугольника $B CD$ получаем $CD = a \sin \beta$.

2 этап (доказательство теоремы на аналитическом языке).

Итак, $a \sin \beta = b \sin \alpha$. Отсюда $\frac{b}{\sin \beta} = \frac{a}{\sin \alpha}$.

Аналогично доказывается равенство $\frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$. Теорема доказана.

Доказательство 3 (основанное на интеграции метода окружностей и тригонометрического метода).

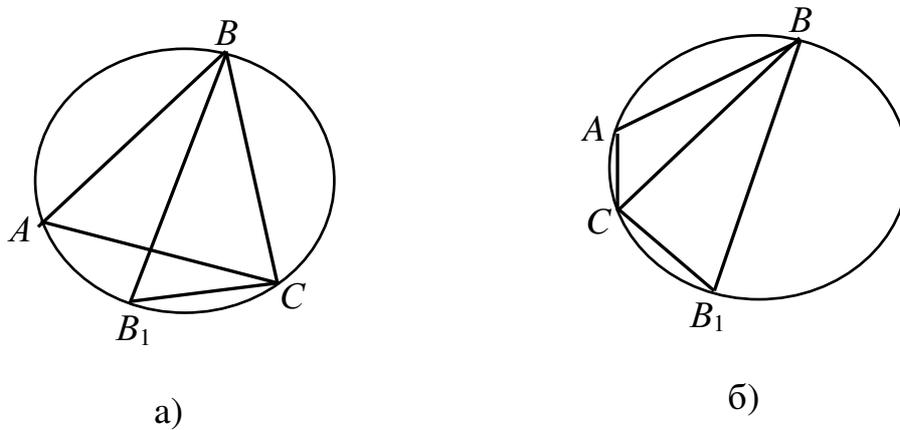


Рис. 3

1 этап (перевод теоремы на аналитический язык).

Используем метод окружностей. Опишем около треугольника ABC окружность и проведем через точку B диаметр BB_1 (рис. 3, а).

Если точки A и B_1 лежат по одну сторону от прямой BC (рис. 3, а), то углы BB_1C и BAC равны как вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу. Если точки A и B_1 лежат по разные стороны от прямой BC (рис. 3, б), то эти углы дополняют друг друга до 180° , так как опираются на дополнительные дуги. В обоих случаях $\sin B_1 = \sin A$. Таким образом, $BC = 2R \sin A$.

Аналогично доказывается, что $AB = 2R \sin C$ и $AC = 2R \sin B$.

2 этап (доказательство теоремы на аналитическом языке).

Сопоставляя полученные три формулы, заключаем, что

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} = 2R.$$

Теорема доказана.

III. *Интеграционная технология решения задач* сводится к следующим приемам.

1. *Решение геометрической задачи алгебраическим методом* (координатным, векторным, методом уравнений и неравенств), параллельное решение одной и той же задачи разными методами (алгебраическими, геометрическими) и выбор затем наиболее рационального из них.

Так же, как и в случае доказательства теорем, решение геометрической задачи алгебраическим методом осуществляется в три этапа:

1 этап. Перевод задачи на алгебраический язык, то есть составление уравнений, неравенств или их систем, применение координатных формул и т. д.

2 этап. Решение полученных уравнений, неравенств или их систем.

3 этап. Перевод полученного результата с алгебраического языка на геометрический язык, в терминах которого сформулирована задача.

2. *Решение алгебраической задачи геометрическим методом*, идущим от наглядных представлений и основанным на законах геометрии. Большие возможности здесь для использования интеграционной технологии представляют текстовые (сюжетные) задачи из курса алгебры. Геометрический метод при решении таких задач предполагает построение геометрической модели задачи и ее аналитическое решение, которое основывается на точных геометрических соотношениях (равенства, подобия, равновеликости и др.). Решение так же осуществляется в три этапа. От учащихся в этом случае требуется умение переводить текст задачи на геометрический язык и затем решать полученную геометрическую задачу. Такой подход к решению текстовых задач позволяет использовать не только геометрические знания учащихся в курсе алгебры, но и задействовать в процессе решения их образное мышление. Приведем примеры.

Задача 1. Из города *A* в город *B* выехал грузовик со скоростью 45 км/ч. После того как грузовик проехал 15 км, из города *A* выехал со скоростью 60 км/ч автомобиль, который приехал в город *B* на $1/6$ ч раньше грузовика. Найдите расстояние между городами.

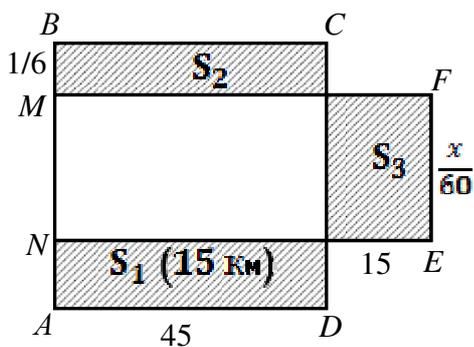


Рис. 4

Решение. 1 этап (построение двумерной диаграммы).

Пусть отрезок *AD* изображает скорость движения грузовика (рис. 4). Так как время его движения первые 15 км неизвестно, то изобразим это время отрезком *AN*, тогда площадь *S₁* будет изображать 15 км. После этого выехал автомобиль со скоростью 60 км/ч, изобразим его скорость отрезком *NE*, который на 15 больше

отрезка AD . Площадь прямоугольника $NEFM$ определяет весь путь, который проехал автомобиль, обозначим его за x .

2 этап (решение геометрической задачи).

Грузовик приехал в город B на $1/6$ ч позже. Путь, пройденный им за это время, изображает площадь S_2 . Так как грузовик и автомобиль проехали одинаковое расстояние, то $S_1 + S_2 = S_3$.

Откуда приходим к уравнению: $15 + \frac{1}{6} \cdot 45 = 15 \cdot \frac{x}{60}$, где x км – расстояние между городами. Решая уравнение, находим $x = 90$.

3 этап. Ответ: 90 км/ч.

Задача 2. Расстояние между пристанями A и B равно 140 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через 3 часа вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт B , тотчас повернула обратно и возвратилась в A . К этому времени плот прошёл 60 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

Алгебраический метод решения задачи приводит к уравнению: $\frac{140}{x+3} + \frac{140}{x-3} = 17$, где x – скорость лодки в неподвижной воде. Решая это уравнение, получим: $x_1 = 17$, $x_2 = -\frac{9}{17}$. Второй корень отрицательный, он не удовлетворяет условию задачи, поэтому $x = 17$ (км/ч).

Геометрический метод, в отличие от алгебраического, позволяет представить процесс движения наглядно в виде двумерной диаграммы.

Решение: 1 этап (построение двумерной диаграммы).

Пусть x км/ч – скорость яхты в неподвижной воде, а AD изображает скорость яхты против течения, $AD = x - 3$ (рис. 5). Тогда площадь прямоугольника $ABCD$ будет определять обратный путь, пройденный яхтой против течения реки

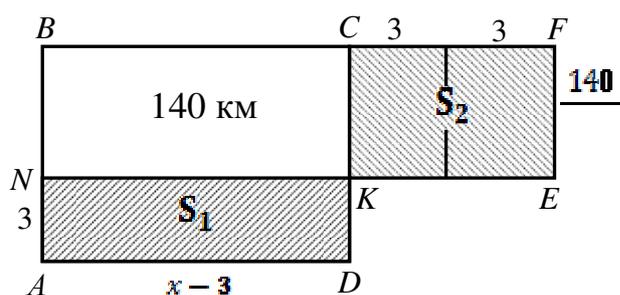


Рис. 5

из B в A (140 км). По течению реки скорость яхты была на 6 км/ч больше, чем против течения, и начала она движение через три часа после выхода плота, поэтому к отрезку NK прибавим отрезок $KE = 6$.

Тогда площадь прямоугольника $CFKE$ определяет путь, пройденный яхтой по течению реки, то есть тоже 140 км.

2 этап (решение задачи с использованием геометрических соотношений).

Так как яхта начала движение на 3 часа позже плота, то имеем $S_1 = S_2$ или

$$3(x-3) = 6 \cdot \frac{140}{x+3}.$$

Последнее уравнение равносильно следующему $x^2 - 9 = 280 \Leftrightarrow x^2 = 289$,

откуда $x_1 = 17$, $x_2 = -17$. Второй корень отрицательный, поэтому он не удовлетворяет условию задачи.

3 этап. Ответ: 17 км/ч.

Аналогично задачам на движение геометрическим методом решаются и другие задачи, в которых одна из величин представляет собой произведение двух других, например, задачи на работу. Так как объем работы равен произведению производительности на время, то его можно представить в виде площади прямоугольника, или двумерной диаграммы. Интеграционные технологии можно применять также при обучении решению уравнений, неравенств и их систем [2, 4, 5].

Таким образом, интеграционные технологии обучения математике позволяют формирование математических понятий, обучение доказательству теорем и решению задач осуществлять в единстве алгебраических и геометрических действий. Они направлены на интенсификацию обучения, сущность которой не только в том, что экономится количество часов, но главное в том, что учащиеся при этом приобретают качественно новые знания, недоступные вне единого подхода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Геометрия: Учеб. для 7-9 кл. общеобр. учрежд. / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – 20-е изд. – М.: Просвещение, 2010. – 384 с.
2. Зайкин М.И. Цепочки, циклы и системы математических задач: монография / М.И. Зайкин, С.В. Арюткина, Р.М. Зайкин, Арзамасский филиал ННГУ. – Арзамас: АГПИ, 2013. – 135 с.
3. Зверев И.Д. Состояние и перспективы разработки проблемы методов обучения в современной школе // Проблемы методов обучения в современной общеобразовательной школе. – М.: Педагогика, 1980. – С. 5-16.
4. Капкаева Л.С. Интеграция алгебраического и геометрического методов при обучении математике в школе: учеб. пособие для студ. мат. спец. пед. вузов; Мордов. гос. пед. ин-т. – Саранск, 2003. – 179 с.
5. Капкаева Л.С. Интеграция методов в среднем математическом образовании: методологический аспект // Интеграционные процессы в естественнонаучном и математическом образовании: сборник научных трудов участников международной конференции. Москва, РУДН, 4-6 февраля 2013 г. / под общ. ред. Е.И. Саниной. – М.: РУДН, 2013. – 418 с.
6. Урсул А.Д. Синтез знания и проблема управления / А.Д. Урсул, Г.И. Рузавин. – М., Наука, 1978. – 200 с.
7. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (5-9 кл.) // Федеральные государственные образовательные стандарты общего образования. – 50 с. минобрнауки.рф/документы/543.

TECHNOLOGY INTEGRATION IN TEACHING MATHEMATICS PUPILS

L.S. Kapkaeva

The article reveals the essence of integration technologies of teaching mathematics as a technology based on the integration of the content of mathematical disciplines, their methods and techniques. Examples of integration technologies of formation of mathematical concepts, the study of theory, problem solving.

Keywords: teaching mathematics, technology integration, concept formation, theorem proving, problem solving.

ПРОДУКТИВНЫЙ СПОСОБ ОБОБЩЕНИЯ ЗНАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ

Е.И. Санина¹, Т.С. Попова²

¹Академия социального управления, доктор педагогических наук, профессор
Россия, 129344, г. Москва, ул. Енисейская, д. 3, к. 5
e-mail: esanmet@yandex.ru

²Майинская средняя общеобразовательная школа им. Ф.Г. Охлопкова,
учитель математики
Россия, 678070, Республика Саха (Якутия), с. Майя, ул. Советская, д. 21
e-mail: taiyik_sp@mail.ru

Умения обобщать математический материал, умение анализировать, применять математический аппарат для изучения смежных дисциплин характеризуются образованием обобщенных ассоциаций и включением их в связи более высокого порядка, характерного для теоретического мышления.

Ключевые слова: системно-деятельностный подход, обобщение знаний, математическое мышление, приемы обобщения, ступени обобщения.

В условиях информационного общества фундаментальной целью углубленного изучения математики является не только подготовка будущих математиков (физиков, инженеров, программистов и т.д.), но и формирование сознательной и гармонически развитой личности, адаптированной к новым реалиям. Реализация цели инициирует обновление системы школьного математического образования, которая призвана обеспечить гармоничное сочетание интересов личности и общества и формирование универсальных учебных действий, которые создают возможность самостоятельного успешного усвоения новых знаний, умений и компетентностей, включая организацию усвоения, то есть умения учиться. При этом знания, умения и навыки рассматриваются как производные от соответствующих видов целенаправленных действий, т.е. они формируются, применяются и сохраняются в тесной связи с активными действиями самих учащихся.

Психологические проблемы формирования структурных компонентов учебной деятельности (мотивы, учебные действия, контроль, оценка) учащихся в процессе обучения математике обуславливают поиск новых подходов к обучению в школе. В связи с этим, в рамках системно-деятельностного подхода (А.Н. Леонтьев, Д.Б. Эльконин, П.Я. Гальперин) [4, 7, 11], стратегию целенаправленной организации и планомерного развития учебной деятельности при переходе к углубленному изучению математики мы видим через обобщение и систематизацию знаний, как одного из основных факторов, влияющих на развитие личности обучающихся. Среди наиболее важных компонентов познавательных УУД выделяются умения обобщать математический материал, умение анализировать, применять математический аппарат для изучения смежных дисциплин. Эти умения характеризуются образованием обобщенных ассоциаций и включением их в связи более высокого порядка, характерного для теоретического мышления. Во-

просам обобщения математических знаний посвящены работы В.А. Далингера, М.И. Зайкина, Д. Икрамова, Е.И. Саниной [3, 5, 6, 10] и др.

Наряду с логическим и формальным мышлением, математическое мышление включает в себя «многое другое: обобщение рассмотренных случаев, применение дедукции, использование аналогии, раскрытие или выделение математического содержания в какой-то конкретной ситуации. Учитель математики имеет много подходящих случаев познакомить своих учеников с этими чрезвычайно важными «неформальными» стадиями мыслительного процесса...» [8]. Роль способности к обобщению в развитии личности учащегося подчеркивает Л.А. Венгер: «Способность к обобщению, свернутость, гибкость мысли важны для решения самых разных мыслительных задач не только в любой науке, но в обыденной жизни» [2].

Подведение учащихся к таким приемам обобщения, как умение выделять главное, основное содержание в обобщающих объектах; выделять основные факты, характеристики, отношения между объектами; сравнение их между собой, выделять общее; умение сформулировать на основе обобщения вывод (общую тенденцию, закономерность, фундаментальную идею и т.д.) направляет учащихся к успешному обучению.

Накопленные на сегодня знания позволяют утверждать, что уровень интеллекта определяется совершенством, прежде всего степенью структурированности и обобщенности модели мира человека и степенью обработанности операций на этой модели [1]. Иными словами, знания человека – это не сумма, а система. Создание такой системы и отработка на ее базе когнитивных операций, обеспечивающих успешную деятельность в нестандартных ситуациях – основная задача образования. С.Л. Рубинштейн [9] рассматривает развитие умений учащихся проводить обобщение в виде ступенчатого процесса (рис. 1):

На примере обобщения знаний по теме «Иррациональные выражения» рассмотрим ступени обобщения.

Вначале задается проблемная задача: упростить выражение $\sqrt{15 + \sqrt{11} + \sqrt{20 - 6\sqrt{11}}}$.

Как вспомогательную задачу, предлагаем рассмотреть примеры применения формулы сокращенного умножения при вычислении:

а) $31^2 = (30 + 1)^2 = 30^2 + 2 \cdot 30 \cdot 1 + 1^2 = 900 + 60 + 1 = 961$;

б) $20 - 6\sqrt{11} = 9 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{11} + 11 = 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{11} + \sqrt{11}^2 = (\sqrt{11} - 3)^2$.

На этом этапе обобщение происходит в результате перехода от отдельных понятий, что соответствует синкретическому образу.

1 ступень – в обобщающей деятельности учащихся значению слов соответствует синкретический образ;

2 ступень – раскрытие значения слов образуют общие представления, определяемые совокупностью общих признаков;

3 ступень – понятия, в которых определяющие признаки связаны системной отношений.

Затем, когда возвращаемся к решению первоначальной проблемной задаче $\sqrt{15+\sqrt{11}+\sqrt{20-6\sqrt{11}}} = \sqrt{15+\sqrt{11}+\sqrt{(\sqrt{11}-3)^2}} = \sqrt{15+\sqrt{11}+\sqrt{11}-3} = \sqrt{12+2\sqrt{11}} = \sqrt{\sqrt{11}^2+2\sqrt{11}+1} = \sqrt{11}+1$ раскрытие значения понятий образует общие представления, определяемые совокупностью общих признаков.

На следующем этапе мы предлагаем составить математическую модель числового выражения, которую можно упростить аналогичным способом.

При составлении обобщенной математической модели, в результате обобщающей деятельности учащихся происходит следующая ступень обобщения, где появляются понятия, в которых определяющие признаки связаны системой отношений.

Для перехода на высшую ступень обобщения необходимо подвергнуть глубокому анализу разные факты выделить в них существенное, объединить их в однородные категории и группы. Успех в процессе обобщения зависит от многих причин, и в частности от знания специальных способов, правил, приемов. Одна из закономерностей процесса обобщения - это преемственность этапов его развития: новый, более высокий этап основывается на предыдущем этапе обобщения. В этом заключается развивающее значение обобщения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арюткина С.В., Напалков С.В. Использование окрестностей обобщенных математических задач в информационном контенте тематического образовательного Web-квеста // Современные проблемы науки и образования, 2014. – № 6.
2. Венгер Л.А. Педагогика способностей. – М.: Знание, 1973. – 96 с.
3. Далингер В.А. Методика реализации внутрипредметных связей при обучении математике. – М.: Просвещение, 1991.
4. Гальперин П.Я. Психология мышления и учение о поэтапном формировании умственных действий // Исследования мышления в советской психологии / отв. редактор Е.В. Шорохова, 1966. – С. 236-277.
5. Зайкин М.И. От задания к заданию – в глубину познания: опыт приобщения к математическому творчеству. – Арзамас: Арзамасский гос. пед. ин-т, 2009. – 146 с.
6. Икрамов Д. Развитие математической культуры школьников (языковой аспект). – М.: Педагогика, 1977.
7. Леонтьев А.Н. Деятельность. Сознание. Личность. – М.: Политиздат, 1975. – 304 с.
8. Пойа Д. Как решать задачу. – М.: Учпедгиз, 1961. – 208 с.
9. Рубинштейн С.Л. О мышлении и путях его исследования. – М., 1958. – 147 с.
10. Санина Е.И. Обобщение и систематизация знаний по геометрии в средней школе в контексте технологического подхода к обучению: монография / Е.И. Санина, Е.Н. Буншафт // Тула: Арт-принт, 2010. – 259 с.
11. Эльконин Д.Б. Психолого-дидактические основы методики обобщающего – М.: Педагогика, 1989. – 560 с.

PRODUCTIVE METHOD OF GENERALIZATION OF KNOWLEDGE
ON MATHEMATICS

E.I. Sanina, T.S. Popova

Abilities to generalize mathematical material, ability to analyze, apply a mathematical apparatus to studying of related subjects are characterized by formation of the generalized associations and their inclusion in communications of higher order characteristic of theoretical thinking.

Keywords: system and activity approach, generalization of knowledge, mathematical thinking, acceptances of generalization, generalization step.

НЕСТАНДАРТНЫЕ ЗАДАЧИ КАК ПРОДУКТИВНОЕ СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ

В.А. Тестов

Вологодский государственный университет, кафедра математики и методики преподавания математики, доктор педагогических наук, профессор
Россия, 160000, г. Вологда, ул. Ленина, д. 15
e-mail: vladafan@inbox.ru

Математические схемы мышления формируются прежде всего в процессе решения нестандартных задач. Такие задачи в наименьшей степени связаны с конкретным математическим материалом и требуют владения универсальными приемами математического мышления.

Ключевые слова: математические схемы мышления, математические тренинги

В настоящее время для всей системы образования на первый план выдвигается цель развития личности в процессе обучения. В развитии личности и прежде всего ее интеллектуальных способностей огромную роль играет математика. Она существенно обогащает теоретическое мышление, формирует качества мышления, характерные не только для математической деятельности, но и необходимые человеку для полноценной жизни в обществе. Особенностью математики, как учебного предмета, является ведущая роль задач. На всех этапах учебной деятельности в процессе обучения математике основным средством формирования творческого опыта, овладения структурой и содержанием поисковой деятельности является целенаправленно выстроенная система проблемных ситуаций, преобразуемых в собственно математические задачи, а также методы и формы организации деятельности школьников по их решению.

Согласно деятельностному подходу достижение необходимого развивающего эффекта обучения предполагает усвоение учащимися содержания обучения в процессе собственной активной деятельности, направленной на приобретение теоретических знаний о предмете обучения и общих приемов решения связанных с ним задач. Таким образом, из деятельностной теории вытекает, что для развития математического мышления приоритет должна получить не передача готовых знаний, а формирование именно схем (средств, методов) математического мышления, математической деятельности. Такие схемы являются метапредметными результатами обучения, продуктами, созданными учениками в ходе их деятельности.

Из всех математических структур для развития математических способностей особое значение имеют логические, алгоритмические, комбинаторные, образно-геометрические структуры, представляющие собой определенные качества математического мышления, являющиеся схемами (методами) мышления, математической деятельности. Такие структуры мышления Ж. Пиаже называл операциями над операциями, с помощью которых происходит образование новых понятийных структур [2].

Эти специфические математические схемы (методы, приемы) мышления

проявляются и формируются, прежде всего, в основном виде математической деятельности, каковым является решение задач. Решение школьниками системы некоторых, специальным образом подобранных задач, задач, особенно в младшем и в подростковом возрасте, является наиболее эффективным способом развития математической одаренности. Развивающую роль, в первую очередь, играют нестандартные (поисковые) задачи, они требуют известной независимости мышления, здравого смысла, оригинальности и изобретательности, они в наименьшей степени связаны с конкретным математическим материалом и требуют не столько знания каких-то отдельных математических фактов и частных методов, сколько универсальных приемов математического мышления. При решении таких задач происходит не только развитие математического мышления, но наиболее ярко проявляется и степень его сформированности [4].

Наиболее известными типами таких задач являются логические, геометрические, комбинаторные, на переливание и взвешивание, арифметические и т.д. Развивающий характер таких задач установлен многими педагогами-практиками экспериментальным путем. В частности, было установлено, что развитие логического мышления и повышение логической культуры учащихся лучше всего достигается не через изучение формальной или математической логики, а посредством решения достаточного числа логических задач с привлечением минимального дополнительного материала (кругов Эйлера, графов и т.п.).

Развитие комбинаторного мышления, комбинаторных схем мышления достигается также посредством решения задач определенного «комбинаторного» типа с привлечением минимального теоретического материала (принцип Дирихле, выборки и т.п.). А развитие алгоритмических схем мышления лучше всего достигается путем решения задач «на планирование действий» типа известной старинной задачи про переправу волка, козы и капусты, различных игровых задач. Для развития наглядно-образного мышления большое внимание необходимо уделять геометрическим вопросам. В основу изложения теоретического материала необходимо положить наглядность, произведение опытов, наблюдение, задачи на разрезание и конструирование фигур, задачи со спичками, задачи на развитие пространственного воображения, различные построения [3].

Как правильно отмечал М.И. Зайкин, математические задачи в большой мере пригодны для развития каждого из двух полушарий головного мозга. Они позволяют быстро и эффективно влиять как на образную, интуитивную составляющую мышления, так и на логическую и алгоритмическую его компоненту, совершенствовать мыслительные операции. Более того, по мнению М.И. Зайкина, система математических тренингов, соотнесенная с сензитивными периодами психического развития и выстроенная с учетом преемственности в изучении математического материала по этим периодам может стать эффективным средством совершенствования всей постановки математического образования современных школьников [1].

Такие математические тренинги служат достижению основной цели преподавания математики в современных условиях – развитию мышления учащихся. Поэтому в той или иной форме они должны присутствовать в учебных планах и программах по крайней мере, до достижения учащимися возраста 15 лет. Именно к 14-15 годам в полной мере обнаруживаются математические способности, хотя они могут проявиться немного раньше или позже.

Однако в традиционных школьных программах и учебниках зачастую недооценивалась роль таких задач. Упор в них делался на типовые задачи, поэтому учащиеся не получали достаточного материала для развития своих способностей. Не использовались также в должной мере сензитивные периоды для формирования и развития когнитивных математических структур (схем).

Для преодоления этих недостатков на основе высказанных выше идей группой ученых Вологодского университета было создано несколько модификаций программы по математике для различных типов учебных заведений. Расширенный вариант программы был разработан для Вологодского естественно-математического лицея. В этот вариант программы был включен практикум по решению нестандартных задач, в который входили всевозможные задачи, которые решаются нестандартными способами (задачи на шахматной доске, задачи, использующие метод четности и нечетности, игры с кучками предметов, задачи на раскраску и т.п.). Выпуски естественно-математического лицея показали высокую эффективность такой системы подготовки.

Категория задачи, относясь к общенаучным понятиям, выявляет свою значимость во многих междисциплинарных исследованиях, а общая теория задач становится сегодня самостоятельной областью научного знания.

В последнее время все чаще стали использоваться задачи, не укладывающиеся в традиционную классификацию. К ним можно отнести задачи на выработку стратегии в игровой ситуации. Такие задачи всегда относили к разделу занимательной математики. Как правило, ученики испытывают затруднения при решении задач стратегического характера, выходящие за рамки привычных алгоритмов, даже если для их решения не нужны дополнительные знания. Решение таких задач требует интеграции знаний из различных образовательных областей, конструирования новых способов аргументации, опровержения гипотез, прогнозирования результатов, планирования исполнения, коррекции, оценки. Задачи стратегического характера часто включаются в тексты олимпиад по математике. Задача на стратегию – это игровая ситуация, для которой можно просчитать выигрышную стратегию, т.е. способ игры, обеспечивающий выигрыш одному из игроков за конечное число ходов при любых соображениях противника.

За долгие годы деятельности человечества накоплено много игр, которые имеют математическую направленность, поэтому в школьном курсе обучения математике целесообразно рассматривать различные игровые ситуации. Задачи – игры наиболее интересны и доступны учащимся младших классов и их можно использовать на занятиях школьного кружка. Как показывают многочисленные

исследования психологов, школьники 5-6 классов стремятся к самостоятельности, они любят решать задачи, требующие сообразительности, определенного умственного напряжения.

Задачи стратегического характера вносят эмоциональный момент в умственную работу, позволяют рассматривать ситуацию решения как проблемную. Это способствует развитию внутренней мотивации. В процессе решения стратегических задач формируются умения использовать и подмечать общее в частном, выявлять закономерности, развиваются воображение, интуиция, смекалка.

Нестандартные математические задачи тесно связаны с понятием проблемной задачи. Различают несколько степеней проблемности исследовательской задачи и все эти степени проблемности можно проследить в различных математических задачах. Для нестандартных задач особенно актуальна необходимость разработки системы учебных заданий для формирования у учащихся математических схем мышления. В эту систему обязательно должны входить самостоятельное составление учащимися различных нестандартных математических задач.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зайкин М.И. Тренинговая служба в системе математического образования школьников // Математическое образование: традиции и современность. Тезисы федеральной научно-практической конференции. – Нижний Новгород, 1997. – С. 38-40.

2. Тестов В.А. Стратегия обучения математике: монография. – М.: «Технологическая школа бизнеса», 1999. – 303 с.

3. Тестов В.А. Математическая одаренность и ее развитие // Перспективы науки и образования: международный электронный научно-практический журнал. – №6, 2014. – С. 60-67.

4. Тестов В.А. Использование потенциала математических задач для развития мышления учащихся // Развивающий потенциал математического образования: школа-вуз: коллективная монография / Соликамский государственный педагогический институт (филиал) ФГБОУ ВПО «ПГНИУ»; – Соликамск: СГПИ, 2015. – С. 28-39.

NON-STANDARD TASKS AS A MEANS OF DEVELOPMENT MATHEMATICAL THINKING

V.A. Testov

Mathematical schemes of thinking are formed primarily in the process of solving nonstandard tasks. Such tasks are the least tied to a specific mathematical material and require possession of universal techniques of mathematical thinking.

Keywords: mathematical scheme of thinking, mathematical training.

ОБРАЩЕНИЕ ЗАДАЧИ КАК ОДИН ИЗ СПОСОБОВ ОРГАНИЗАЦИИ ПРОДУКТИВНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ

О.М. Абрамова

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Арзамасский филиал, физико-математический факультет, кафедра физико-математического образования, кандидат педагогических наук, доцент
Россия, 607220, Нижегородская обл., г. Арзамас, ул. К. Маркса, д. 36
Тел.: 89081517063, e-mail: olesia144@mail.ru

В статье представлена одна из задачных конструкций, зарекомендовавшая себя в практике математического образования, – окрестность обращённых задач, предназначенных для лучшего усвоения школьниками взаимосвязей величин, характеризующих задачную ситуацию, а также раскрывающие образовательную ценность обращения задач как одного из приёмов дополнительной работы над задачей, способствующей развитию креативности обучаемых, вовлечению их в творческую математическую деятельность, как на уроке, так и внеурочное время.

Ключевые слова: математические задачи, гибкость мышления, обращение задачи, обращённые и обратные задачи, современные технологии обучения, процедура обращения.

Сегодня уже мало кого приходится убеждать в том, что решение задач – это тот вид учебной деятельности по математике, который обеспечивает и усвоение учащимися математического содержания, и формирование умений и навыков, и достижение развивающих целей образования. Эффективность учебной работы напрямую определяется тем, какими способами они решались, и как велика была доля активности, самостоятельности школьников в процессе их решения.

В последнее время на страницах методических изданий вновь актуализировалась дискуссия по вопросу о том, как добиться того, чтобы решение задач было бы ученикам в радость, доставляло им удовольствие, чтобы «в процессе решения класс превращался в творческую мастерскую, в которой из фактического материала на глазах у всех рождались математические абстракции, а возникающие при этом догадки будоражили пытливые детские умы, высказываемые гипотезы поражали своей смелостью, доказательства становились естественной потребностью стремления к истине» [3, с. 3].

Большие резервы в решении вышеуказанных проблем связаны с использованием новых высокоэффективных методических приёмов обучения, к которым по праву может быть отнесено обращение задач в процессе их решения.

Сущность приёма обращения задачи состоит в следующем: после решения исходной задачи составляется и решается новая задача, для чего из условия исходной задачи извлекаются часть или даже все данные, и включаются в её требование, а из него соответственно исключаются несколько или все найденные искомые и переводятся в её условие. После этих преобразований формулируется задача, в которой требуется найти результат, выбранный в качестве ис-

кого, используя остальные данные, в том числе и ответ исходной задачи [7].

Причём, в соответствии с изложенными выше положением, задачу, в которой по сравнению с прямой задачей при сохранении сюжета искомое или несколько искомого входят в состав её условия, а один или несколько элементов условия становятся искомым, будем называть обращённой задачей. А задачу, в которой все условия прямой задачи стали её требованием и наоборот, всё требование стало её условием, будет уже обратной по отношению к исходной. Таким образом, обратная задача получается в предельном случае обращения исходной задачи [1].

Приём обращения задачи содержит в себе значительный дидактический и развивающий потенциал. О том, что он далеко не полностью используется в школьной практике обучения математике, упоминали многие педагоги-математики: А.К. Артёмов, В.Г. Болтянский, Г.В. Дорофеев, М.И. Зайкин, В.А. Крутецкий, В.В. Репьёв, Г.И. Саранцев, Л.М. Фридман и др. Синтезируя различные мнения, выделим следующее.

Во-первых, составление и решение обращённых задач способствует лучшему пониманию структуры математической задачи, обеспечивает более глубокое осознание тех взаимосвязей и отношений, которые свойственны задачной ситуации, позволяет школьникам как бы заглянуть внутрь структуры задачи и увидеть взаимосвязи её данных, данных и искомого и тем самым понять её математическую сущность.

Во-вторых, как уже было отмечено выше, такая работа над уже решённой задачей приобщает учащихся к математическому творчеству, способствует развитию их креативности, поскольку процесс обращения адекватен процессу исследования определенной проблемы и обеспечивает формирование у школьников умений, необходимых для выполнения творческих исследовательских работ.

В-третьих, что, на наш взгляд, является наиболее важным в условиях развивающей образовательной парадигмы современной школы, ценность приёма обращения заключается в превращении прямой связи мыслей в обратную связь, что способствует развитию такого фундаментального умственного качества как гибкость мышления. При традиционной методике обучения математике, основанной на решении однотипных задач, какими бы сложными они не были, мышление обогащается преимущественно цепью переходов между мыслями одного направления, что способствует формированию конвергентного мышления, но не как не дивергентного, так необходимого современному человеку. Более того в процессе обращения математических задач учащимся приходится осуществлять целенаправленный перебор различных комбинаций из элементов условия и требования задачи, получение которых не ограничивается конечным числом шагов, а предполагает их выбор из многочисленных вариантов, что способствует развитию комбинаторных умений школьников. Кроме этого, в ходе такой работы им постоянно приходится контролировать правильность выбора новых данных и искомого задачи, обосновывать свой выбор, всё это способ-

ствует формированию таких мыслительных операций как анализ, синтез, сравнение, обобщение, конкретизация и др., что, в свою очередь, оказывает влияние на развитие такого качества мышления как логичность. В некоторых случаях, в итоге обращения задачи, возможно, получение неразрешимой задачи или задачи с избыточными данными, поэтому такие условия ставят учащегося перед необходимостью взвесить и оценить каждое возможное решение вновь полученных обращённых задач, чтобы избежать ошибки. Выработка этого умения, на наш взгляд, способствует развитию критичности их мышления.

В-четвертых, в процессе обращения задачи и последующего решения обращённых задач происходит формирование действий, необходимых для овладения общим умением решать задачи: извлекать информацию из условия и требования задачи, вычленять отдельные элементы и комбинировать их, переформулировать условие и требование, выводить следствия, работать с математическими моделями задачи, а также умения формулировать новую задачу [7].

И наконец, в-пятых, подходы к поиску решения обращённых задач нередко отличаются от тех, что использовались при поиске решения исходной задачи, а знакомство с ними существенно обогащает математическую культуру и кругозор учащихся [5].

Кроме того, дидактическая эффективность приёма обращения задачи определяется:

- 1) возможностью его использования при изучении любых разделов математики;
- 2) вскрытием структурных особенностей (взаимосвязей понятий, тем и др.) изучаемого материала;
- 3) сокращением времени изучения материала;
- 4) осознанным пониманием учащимися изучаемого материала;
- 5) субъективной позицией учащегося – приём обращения задачи приводит ученика к постановке новых проблем, к получению иных разновидностей задач [6].

Значимость приёма обращения задачи обуславливает необходимость изучения будущими учителями его сути, приобретения опыта составления обратных и обращённых задач и оперирования (проверка корректности, решение и доказательство) с ними, изучения методики использования приёма в обучении математике (в том числе и для составления окрестностей задач).

Таким образом, можно говорить о том, что использование обращения задач в процессе обучения математике – это шаг к технологическому обновлению школьного математического образования. Это крайне актуальная задача современной методической науки, одно из перспективных направлений развития интенсивно формирующейся методической теории математических задач [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамова О.М. Один из способов обращения задач как средство развития гибкости мышления школьников // Начальная школа плюс до и после. 2012. №1. С.79-83.
2. Абрамова, О.М. Окрестность обращённых задач как средство достижения полноты

решения задачи в процессе обучения математике школьников / О.М. Абрамова // *Фундаментальные исследования*. – 2014. – № 8 (часть 2). – С. 426–432.

3. Зайкин М.И. Когда решать задачи интересно // *Математика в школе*, 2009. – № 4. – С. 3-11.

4. Зайкин М.И. Семантические аспекты педагогической технологии математического творчества // *Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского*. – 2012. - № 4 (1). – С.62-65.

5. Зайкин М.И., Абрамова О.М. Обращение математических задач // *Школьные технологии*. – М.: 2013. – № 1 – С. 106 -113.

6. Ковалева Г.И. Теория и практика обучения будущих учителей математики конструированию систем задач: монография. – Волгоград: Изд-во ВГСПУ «Перемена», 2012. – 214 с.

7. Эрдниев П.М. Методика упражнений по математике. – М., 1970. – 319 с.

TREATMENT OBJECTIVES AS ONE OF THE WAYS THE ORGANIZATION OF PRODUCTIVE MATHEMATICAL ACTIVITY OF STUDENTS

O.M. Abramova

The article presents one of the task structures established in the practice of mathematics education – facing the challenges, designed for better absorption by students of the relationships between quantities characterizing of the task situation, and also reveals the educational value of the treatment tasks as one of the techniques to work on the task of promoting the development of creativity of students, to engage them in creative mathematical activity in the classroom and after hours.

Keywords: mathematical problem, flexibility of thinking, handling challenges addressed and inverse problems, modern educational technologies, the procedure of treatment.

МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК СПОСОБ ОРГАНИЗАЦИИ ПРОДУКТИВНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ

С.А. Атрошченко¹, С.В. Феклистов²

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Арзамасский филиал, физико-математический факультет, кафедра физико-математического образования,

¹кандидат педагогических наук, доцент, ²студент

Россия, 607220, Нижегородская обл., г. Арзамас, ул. К. Маркса, д. 36

Тел.: 89985553811, e-mail: atrochshenko_s@mail.ru

В статье рассматривается моделирование реальных ситуаций как одно из действий, характеризующих продуктивность математической деятельности учащихся. С другой стороны, математическое моделирование в обучении способствует созданию соответствующей продуктивной образовательной среды, поскольку выступает фактором, способствующим повышению уровня мотивации учебной деятельности на уроке.

Ключевые слова: мотивация, математическое моделирование, продуктивное обучение.

Психолого-педагогические исследования последних лет направлены на поиск способов организации личностной и социальной деятельности обучающегося, обеспечивающей усвоение все возрастающего объема учебной информации и удовлетворяющей повышающимся требованиям к знаниям. На этом пути перспективным признается продуктивное обучение как личностно-ориентированный процесс, обеспечивающий поисковый, творческий, преобразовательный характер учебного познания, в результате которого накопленный социальный опыт личность осваивает как субъективно новый продукт [3, с. 147].

Согласно современной концепции продуктивного обучения условиями, характеризующими эффективность образовательного процесса, являются, в частности, следующие: практика, обеспечивающая продуктивное обучение, продуктивность учебной деятельности, рефлексия деятельности с целью оценки ее результатов. Сказанное позволяет сделать вывод, что одним из действий, характеризующих продуктивность математической деятельности учащихся, является моделирование реальных ситуаций.

С другой стороны, математическое моделирование в обучении способствует созданию соответствующей продуктивной образовательной среды, поскольку выступает фактором, способствующим повышению уровня мотивации учебной деятельности на уроке [2, с.154].

Мотивация – важнейший компонент структуры учебной деятельности, а для личности выработанная внутренняя мотивация является основным критерием ее сформированности, то есть ребенок получает удовольствие от самой деятельности, от значимости для личности непосредственного ее результата. Мотивация включает в себя много разных побуждений: смысл учения, мотив учения, цель учения, эмоции, сопровождающие учебный процесс.

Анализ психолого-педагогической литературы позволяет выделить следующие аспекты моделирования в обучении:

- 1) моделирование как цель обучения;
- 2) моделирование как содержание процесса обучения;
- 3) моделирование как способ познания;
- 4) моделирование как учебное действие, являющееся составной частью деятельности (средство обучения).

Моделирование позволяет реализовать межпредметные связи на уроках математики, тем самым, показывая взаимосвязь между разными учебными предметами, и являясь мотивацией их изучения. При решении задач посредством моделирования учащиеся учатся переводить жизненные проблемные ситуации в абстрактные модели и наоборот.

В учебной практике можно использовать следующую схему математического моделирования реальной ситуации:

- 1) формулировка проблемы и логический анализ реальной ситуации;
- 2) формулировка прикладной задачи;
- 3) перевод условия прикладной задачи на математический язык, то есть построение математической модели задачи;
- 4) решение проблемы как математической задачи, то есть расчеты по модели и их оценка;
- 5) перевод математического решения обратно на язык, на котором была сформулирована исходная проблема (интерпретация) [1, с. 55].

Приведем пример анализа конкретной реальной ситуации, перехода к прикладной задаче, конструирования математической модели прикладной задачи и ее решения, а также интерпретации приведенного решения.

Реальная ситуация:

Для размещения склада требуется огородить участок прямоугольной формы наибольшей площади имеющейся для этого сеткой длиной 80 м. Найдите длину и ширину участка.

Дополнительно следует рассмотреть и случаи, когда склад примыкает к одной стене некоторой постройки и когда примыкает одновременно к двум стенам этой постройки (эти два случая очень часто встречаются в реальной жизни).

Проведем логический анализ данной ситуации:

Для наглядности все три случая схематически изображены на рисунке 1. Черным цветом помечена граница склада. Двойными линиями помечены границы некоторой постройки.

Задачу будем решать аналитическим методом. Так как участок имеет форму прямоугольника, то обозначим длину некоторой его стороны буквой x . Длины других сторон в таком случае будут выражаться через x . Затем следует рассмотреть функцию $S(x)$, которая задает зависимость площади прямоугольника S от длины его стороны x .

Формулировка прикладной задачи:

Во всех трех случаях прикладную задачу можно сформулировать так: Построить функцию $S(x)$ и найти все $x \in [0,40]$ при которых $S(x)$ принимает максимальное значение.

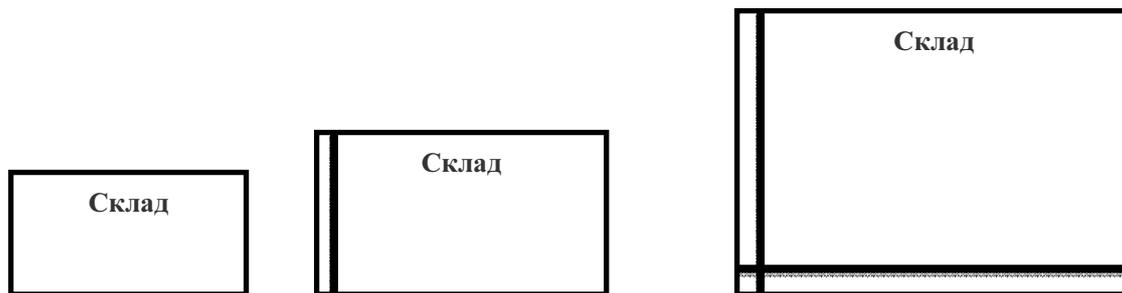


Рис.1. Иллюстрация реальной ситуации

Построим математическую модель задачи. Для этого рассмотрим три случая:

Случай 1: Пусть x – длина стороны прямоугольника, тогда $S(x) = x(40 - x)$.

Случай 2: Пусть x – длина стороны прямоугольника не примыкающей к постройке. В таком случае на вторую сторону остается $80 - 2x$. Тогда $S(x) = x(80 - 2x)$.

Случай 3: Пусть x – длина стороны прямоугольника. В таком случае на вторую сторону остается $80 - x$. Тогда $S(x) = x(80 - x)$.

Перейдем к этапу решения проблемы как математической задачи в каждом из названных случаев:

Случай 1: График функции $S(x) = x(40 - x)$ есть парабола, ветви которой направлены вниз, с вершиной в точке $(20, 400)$. Значит, значение $S(20) = 400$ максимальное, таким образом, получаем $x = 20$.

Случай 2: График функции $S(x) = x(80 - 2x)$ есть парабола, ветви которой направлены вниз, с вершиной в точке $(20, 800)$. Значит, значение $S(20) = 800$ максимальное, таким образом, получаем $x = 20$.

Случай 3: График функции $S(x) = x(80 - x)$ есть парабола, ветви которой направлены вниз, с вершиной в точке $(40, 1600)$. Значит, значение $S(40) = 1600$ максимальное, таким образом, получаем $x = 40$.

Интерпретируем модель и формулируем решение поставленной проблемы:

Случай 1: Получаем участок в форме квадрата со сторонами 20×20 метров. Максимальная площадь $\max S(x) = 400$ кв. метров

Случай 2: Получаем участок в форме прямоугольника, для которого длины ограждений примыкающих к постройке равны 40 метров, длина не примыкающей к постройке ограждения равна 20 метров. Максимальная площадь $\max S(x) = 800$ кв. метров.

Случай 3: Получаем участок в форме квадрата, для которого длины ограждений равны 40 метров. Максимальная площадь $\max S(x) = 1600$ кв. метров.

Включение в практику обучения математике рассмотренное моделирование реальных ситуаций способствует не только повышению мотивации учащихся к изучению предмета, но и организовать учебную деятельность на более сознательном продуктивном уровне.

ЛИТЕРАТУРА

1. Атрощенко С.А. Формирование у учащихся базовых математических моделей задач эффективного управления // Международный научно-исследовательский журнал = Research Journal of International Studies. 2013. № 7-4 (14). С. 55-56.

2. Атрощенко С.А., Феклистов С.В. Математические модели профессионально ориентированных задач // Молодой ученый. 2014. № 21-1 (80). С. 153-155.

3. Яновская Н. Б. Концепция продуктивного обучения как основа развития личности посредством создания рефлексивно направленной образовательной среды // Ярославский педагогический вестник – 2013 – № 3 – Том II. – С. 147–150.

MATHEMATICAL MODELING AS A WAY OF PRODUCTIVE ACTIVITY OF SCHOOL STUDENTS

S.A. Atroshchenko, S.V. Feklistov

The article is devoted to the modeling of real-life situations as one of the actions that characterize the efficiency of the mathematical activity of school students. On the other hand, mathematical modeling in teaching helps to create the appropriate productive educational environment as a factor contributing to the increase in the level of motivation of educational activity.

Keywords: motivation, mathematical models, productive training.

НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ШКОЛЬНОГО ПЕДАГОГА ДЛЯ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ РАБОТЫ С УЧЕНИКАМИ

Н.В. Гусева¹, Е.Б. Крюкова²

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Арзамасский филиал, физико-математический факультет, кафедра физико-математического образования,

¹кандидат педагогических наук, доцент, ²магистрант

Россия, 607220, Нижегородская обл., г. Арзамас, ул. К. Маркса, д. 36

Тел.: 89601640097, e-mail: soleilfun@mail.ru

В статье раскрывается специфика внедрения в школьное обучение информационных технологий; описывается практическое применение Web-технологий в работе школьного педагога; обосновывается практический опыт создания личного сайта преподавателя математики.

Ключевые слова: информационные технологии; Web-технологии; интернет-возможности; сайт педагога.

Развитие технологически обновленных учебных ресурсов, наглядных пособий, требует углубленного ознакомления с возможностями ИКТ, и неизбежно взаимосвязано с потребностью расширения знаний компьютерных программ. Кроме того, требования к современному преподавателю постоянно растут, педагогу необходимо подстраиваться к стремительно растущему темпу использования ИКТ его учениками, появляется потребность практической демонстрации используемых в практике методических материалов. Современный учитель уже не может обойтись без своего сайта, создание которого, а также поддержание его работоспособности требуют дополнительных знаний.

Сайт педагога должен «работать», то есть содержать большое количество профессиональной информации связанной с личностными достижениями педагога, эта информация постоянно должна обновляться, у других пользователей должен быть доступ к данной информации, что ведет к необходимости саморазвития и самообразованию педагога сайта, а соответственно и пользователей, которые также могут использовать эту информацию. Кроме создания сайта, современный педагог, вынужден постоянно обновлять и совершенствовать тот информационный материал, который он использует на своих занятиях. Чтобы обучающимся на учебных занятиях было интересно, требуется постоянное обновление информационного блока и форм подачи информации. Это могут быть презентации с различными анимационными эффектами, отдельные анимации, видеофильмы, рабочие тесты, контрольные задания.

Создание сайта позволяет педагогу: презентовать свой педагогический опыт большой аудитории коллег; получить навыки использования дистанционных форм обучения учащихся; получить навыки интерактивного взаимодействия; повысить уровень ИКТ компетенций.

Это потребовало коренного переосмысления уровня знаний применения ИКТ.

Результатом приложенных усилий стал функционирующий авторский сайт. (см. фото). Постоянно обновляющаяся информация обладает широким спектром возможностей:

- представление индивидуальных достижений автора в виде портфолио учителя;

- обмен практическими наработками и учебными материалами, с целью получения независимой оценки и советов;

- апробирование методов взаимодействия с учащимися;

- организация дистанционного обучения учащихся;

- осуществление проектной деятельности на сайте педагога;

- дискуссионное общение с коллегами для обсуждения проблем образования.

Прежде чем выставить информацию на сайте, приходится ее перерабатывать, переосмысливать, апробировать на занятиях с различными возрастными группами учащихся и только после этого выкладывать в общий доступ. Что предопределяет определенную ответственность на педагога, невозможно просто найти в интернете в готовом виде информацию и продублировать ее на сайт.

Использование сайта во многом облегчает индивидуальную работу педагога с учащимися. Педагог предлагает информацию на различные темы по своему предмету, что позволяет ученикам спланировать свою образовательную деятельность на занятие, день, или на тему, создание творческого проекта. Это позволяет составить с учеником индивидуальный план, содержащий основные этапы и виды деятельности ребенка по реализации его цели. В ходе работы все может меняться, дополняться, педагог с учащимся фиксирует изменения, выявляет их причины.

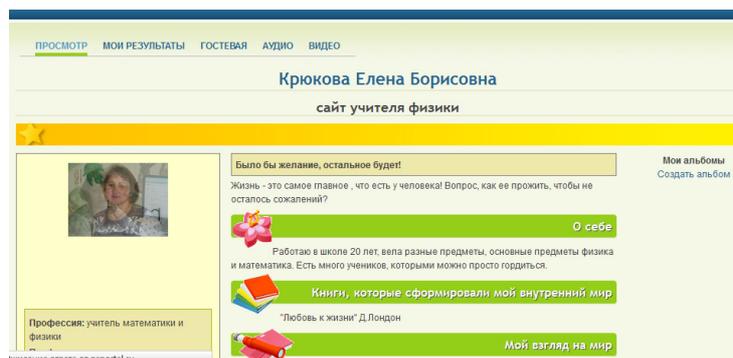
Индивидуальная работа с обучаемыми дистанционно позволяет углубленно разобратся в следующем:

- зачем ученику нужно заниматься предметом;

- какие темы ученику целесообразно изучать углубленно;

- какой учебный материал ученику можно изучить и выполнить из различных пособий (учитель предлагает список);

- определить индивидуальную тему творческой работы по предмету.



ЛИТЕРАТУРА

1. Гусева Н.В. О развитии эстетического вкуса обучаемых с помощью изображений фрактальной геометрии. //Иновационные образовательные технологии и методы их реализации: Сб. материалов IX Всеросс. науч-практич. конференции. – Арзамас;2012- М.: изд-во СГА, 2012.

2. http://nika-fizika.narod.ru/31_12.htm

NEW TECHNOLOGICAL POSSIBILITIES OF A SCHOOL TEACHER
FOR INDIVIDUAL WORK WITH STUDENTS

N.V. Guseva, E.B. Kryukova

The article reveals the specifics of implementation in school of information technology; practical application of Web-technologies in the work of the school teacher; the justification of practical experience of creating the personal site of the teacher of mathematics.

Keywords: information technology; Web technology; Internet; website teachers.

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ РАБОТЫ ШКОЛЬНИКОВ КАК СРЕДСТВО РЕАЛИЗАЦИИ ПРОДУКТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

С.В. Менькова

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Арзамасский филиал, физико-математический факультет, кафедра физико-математического образования,

кандидат педагогических наук, доцент

Россия, 607220, Нижегородская обл., г. Арзамас, ул. К. Маркса, д. 36

Тел.: 89159429671, e-mail: svetlana.menckova@yandex.ru

Данная статья посвящена проблеме организации исследовательской деятельности школьников при обучении математике. Основное внимание уделено исследовательским работам школьников. В качестве методической основы для определения тематики и содержания исследовательских работ учеников рассматриваются математические задачи и их конструкции.

Ключевые слова: исследовательская деятельность, исследовательские работы учеников, продуктивное обучение математике.

Продуктивное обучение математике предполагает перенос акцента с увеличения объема информации на обучение учащихся получать и использовать знания, на формирование у них способов деятельности [1]. Богатейшим потенциалом именно в плане формирования способов деятельности обладает учебно-исследовательская деятельность школьников.

В образовательных учреждениях России в последние годы уделяется большое внимание исследовательской деятельности учащихся. Одной из весомых причин заметно усилившегося интереса к исследовательской деятельности – введение новых образовательных стандартов. Обратим внимание на требования, предъявляемые новым федеральным государственным образовательным стандартом основной школы к результатам обучения. В числе требований, предъявляемых ФГОС основной школы к результатам обучения в метапредметном направлении, выделяются: умение видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в других дисциплинах, в окружающей жизни; умение выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимать необходимость их проверки; умение применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, видеть различные стратегии решения задач; умение планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера. В соответствии с ФГОС ООО результаты обучения достигаются не только на уроках математики, но и через внеурочную деятельность.

Под исследовательской деятельностью учеников принято понимать деятельность, связанную с решением творческой, исследовательской задачи с заранее неизвестным результатом [2]. В отличие от научно-исследовательской работы НИИ и ВУЗов цель исследовательской деятельности школьников - не столько добиться собственно научных результатов, сколько получить основные представления о методах исследования, научиться системной, целенаправлен-

ной работе над темой, логичности построения материала и получению аргументированных выводов. Таким образом, целью исследовательской деятельности является не столько конечный результат, сколько сам процесс, в ходе которого развиваются исследовательские способности учащихся и происходит формирование соответствующих способов деятельности.

Арсенал форм, методов и средств организации исследовательской деятельности при обучении математике достаточно богат. Остановимся на одной из них - выполнении учениками индивидуальных исследовательских работ - с одной стороны, наиболее значимой, весомой в плане личностных достижений ученика, с другой, по мнению многих учителей, – наиболее трудной в методическом плане.

В ходе выполнения исследования ученики получают субъективно новые знания. Выполнение исследовательских работ стимулирует учащихся на рефлексивное восприятие материала, способствует формированию умений ставить проблему, сравнивать и выбирать информационный материал, переводить знания, умения и навыки, полученные при изучении различных предметов, на уровень межпредметных связей и надпредметных понятий, развивает творческие способности учащихся. Педагогическим результатом исследовательской деятельности является, прежде всего, сама деятельность.

По мнению большинства учителей математики, самой трудной задачей при организации исследовательской деятельности учеников является выбор проблематики, темы исследования. Поскольку тема исследования должна не только совпадать с кругом интереса учителя, но и быть на самом деле интересной для ученика. Поиск проблем для исследовательских работ требует от учителя широкого научного кругозора, высокого уровня культуры и творческих способностей.

Анализ исследовательских работ учеников в области математики, представляемых на конференции и конкурсы (в том числе на фестиваль исследовательских работ учащихся «Портфолио» [4], на Всероссийский Вахтеровский фестиваль-конкурс творческих работ по математике "Красота и величие математики" (номинация исследовательские работы)) показывает, что далеко не все из них отвечают названию «исследовательская». Многие работы имеют скорее реферативный характер. Заметим, что основными этапами любого вида учебных исследований являются: постановка проблемы, выдвижение гипотез, доказательство или опровержение гипотез. В ряде работ гипотезы лишь формально присутствуют, сформулированы часто не достаточно грамотно.

Следует заметить, что непосредственно математика в исследовательских работах учеников может быть представлена по-разному. Достаточно часто встречаются работы, в которых математическая проблема, явившись отправным импульсом, выливается в гуманитарное исследование. Такие исследования, связанные чаще с историей и культурой, безусловно, обладают богатейшим потенциалом в плане развития кругозора, формирования личности. Они могут представлять собой интереснейшие исследования. Но, к сожалению, ис-

следование не относится области математики.

В современной науке (а школьное исследование в какой-то мере науку моделирует) очень глубоки процессы интеграции различных дисциплин. Очень часто «на стыке» возникают новые продуктивные идеи или перспективные научные направления. А потому интересными представляются школьные исследования, «подключающие» материал сразу нескольких предметов. В таких работах математика используется как аппарат для решения проблем, лежащих в другой научной области. Работы такого плана, как правило, перестают носить реферативный характер, становятся актуальными и носят элементы новизны.

Встречаются также работы учеников, в которых проблема исследования лежит непосредственно в самой науке математике, но не может быть решена доступными ученику математическими средствами, и для ее решения подключается аппарат других наук (как правило, информатики). Не умоляя ценность такого плана исследований, обратим лишь внимание, что результат достигается в них не средствами математической науки.

К исследовательским работам, представляющим собой исследование непосредственно математическое, можно отнести следующие:

- проблема исследования лежит непосредственно в самой науке математике и решается математическими средствами;
- проблема исследования возникла из практики, а решается математическими средствами [3].

В поиске проблематики для подобных работ полезно обратиться к математическим задачам и теоремам. Приведем ряд примеров.

1) Теорема Вариньона (Середины сторон произвольного четырёхугольника являются вершинами параллелограмма), представленная в школьном учебнике геометрии как задача на доказательство, может послужить основой для дальнейшего исследования. В частности, после доказательства указанного факта возникает целый ряд вопросов: «Только ли для выпуклых четырёхугольников верна теорема?», «Какие условия должны выполняться, чтобы полученный параллелограмм являлся ромбом, прямоугольником, квадратом?».

2) Теорема Пифагора перед думающим учеником может вызвать ряд вопросов: «Какие еще фигуры можно строить на катетах и гипотенузе прямоугольного треугольника, чтобы выполнялось свойство: сумма площадей фигур, построенных на катетах, равна площади фигуры, построенной на гипотенузе?», «Какое соотношение между длинами сторон треугольника будет выполняться, если треугольник не является прямоугольным». Поиски ответа на вопросы могут вылиться в настоящее исследование.

3) После изучения признаков равенства треугольников у ряда учеников неминуемо возникнет вопрос: существует ли некоторый четвертый признак равенства треугольников? Далее при знакомстве с различными видами четырехугольников могут последовать поиски учениками признаков равенства четырехугольников (параллелограммов, трапеций и т.д.). Вполне закономерен и вопрос: можно ли судить о равенстве треугольников по равенству биссектрис, ме-

диан, высот? Так начнется исследование о признаках равенства треугольников с использованием биссектрис, медиан, высот треугольника. А задачи на построение могут помочь в поиске гипотез таких признаков. Например, задача учебника: «Постройте треугольник по стороне, медиане, проведенной к одной из двух других сторон, и углу между данными стороной и медианой» подскажет гипотезу: «Если сторона, медиана и угол между ними одного треугольника соответственно равны стороне, медиане и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны».

Заметим, что достаточно часто перед учителем встает проблема: как организовать поиск, как подтолкнуть ученика к выдвижению гипотезы. Цепочка задач, заданий может стать конструктивной основой для исследования, поможет организовать поиск. Приведем примеры.

Тема «Уникурсальные фигуры» достаточно популярна у учеников. Нередко работы учеников по этой теме больше похожи на рефераты, в которых ученики излагают основы теории графов. Преследуя цель организовать собственно исследование по указанной теме, учитель предложил ученику серию заданий, которые помогли ученику сформулировать гипотезы в работе:

1. Нарисовать фигуры одним росчерком (т.е. не отрывая карандаш от бумаги), если это возможно. (При этом предлагался набор фигур, среди которых встречались фигуры, которые можно начертить одним росчерком, начиная с любой точки, фигуры, которые можно начертить одним росчерком, начиная только в определенной точке, и фигуры, которые начертить одним росчерком невозможно.)

2. Проанализировать результаты, полученные в ходе решения предыдущего задания, разбить все предложенные фигуры на три группы: 1) фигуры, которые удалось начертить одним росчерком, при этом начать обход и закончить его в одной и той же точке; 2) фигуры, которые удалось начертить одним росчерком, однако начальная и конечная точки обхода не совпали; 3) фигуры, которые не получилось начертить одним росчерком. Что общего у фигур, попавших в одну группу, и чем отличаются эти фигуры от фигур из других групп. Попробовать сформулировать гипотезу.

Еще один пример. Обратимся к проблеме обобщения теоремы Пифагора (идеи для обобщения были сформулированы выше (пример 2)). Для организации поиска гипотез можно предложить ученикам серию заданий:

1. На сторонах прямоугольного треугольника ABC постройте равносторонние треугольники. Сравните сумму площадей треугольников, построенных на катетах, и площадь треугольника, построенного на гипотенузе. Сделайте вывод.

2. На сторонах прямоугольного треугольника ABC постройте произвольные равнобедренные треугольники. Сравните сумму площадей треугольников, построенных на катетах, и площадь треугольника, построенного на гипотенузе. Сделайте вывод.

3. На сторонах прямоугольного треугольника ABC постройте равнобед-

ренные прямоугольные треугольники. Сравните сумму площадей треугольников, построенных на катетах, и площадь треугольника, построенного на гипотенузе. Сделайте вывод.

3. Постройте на катетах и гипотенузе прямоугольного треугольника подобные многоугольники (как на сходственных). Сравните сумму площадей треугольников, построенных на катетах, и площадь треугольника, построенного на гипотенузе. Сделайте вывод.

4. На сторонах прямоугольного треугольника постройте полуокружности. Сравните сумму площадей полукругов, построенных на катетах, и площадь полукруга, построенного на гипотенузе. Сделайте вывод.

5. Обобщите ваши выводы для произвольных подобных фигур.

Безусловно, есть ученики, которые и без серии подводящих задач, наводящих вопросов, подсказок смогут реализовать исследование. Однако таких учеников не так много. Новые образовательные стандарты требуют включение в исследовательскую деятельность достаточно широкого круга учеников. Серии, цепочки задач позволяют сделать исследование в области математики более посильным ученикам.

ЛИТЕРАТУРА

1. Башмаков М.И. Теория и практика продуктивного обучения. – М.: «Народное образование», 2000.
2. Леонтович А.В. Саввичев А.С. Исследовательская и проектная работа школьников. 5-11 классы / под редакцией А.В. Леонтовича. – М.: ВАКО, 2014. – 160с.
3. Менькова С.В. Исследовательские работы школьников в области математики // Педагогические технологии математического творчества: сборник статей участников международной научно-практической конференции / Под общей редакцией М.И. Зайкина. – Арзамас, 2011. – С. 146-150.
4. «Портфолио» – Фестиваль исследовательских и творческих работ учащихся: <http://portfolio.1september.ru>.

RESEARCH WORKS OF PUPILS AS A MEANS OF REALIZING OF PRODUCTIVE LEARNING ON MATHEMATICS

S.V. Menkova

This article deals with the problem of organizing research activity of pupils. The focus is on research of pupils on mathematics. As a methodological basis for determining the themes and content of the research works of pupils are considered mathematical tasks and their sets.

Keywords: research activity, research works of pupils on mathematics, productive teaching on mathematics.

Статья подготовлена по результатам научно-исследовательской работы № 2954: Видовое многообразие задачных конструкций продуктивного обучения математике, выполняемой в рамках базовой части государственного задания в сфере научной деятельности по заданию №2014/134.

МЕТОДИЧЕСКИЕ ПРИЕМЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЗАДАЧ-АНАЛОГОВ В ПРОЦЕССЕ ПРОДУКТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

С.В. Менькова

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Арзамасский филиал, физико-математический факультет, кафедра физико-математического образования,

кандидат педагогических наук, доцент

Россия, 607220, Нижегородская обл., г. Арзамас, ул. К. Маркса, д. 36

Тел.: 89159429671, e-mail: svetlana.menckova@yandex.ru

В статье характеризуется сущность математических задач-аналогов; рассматриваются приемы использования задач-аналогов в процессе продуктивного обучения математике.

Ключевые слова: продуктивное обучение, задачи-аналоги.

Одной из важнейших характеристик продуктивного обучения является его креативная составляющая. Общепринято, что основным средством обучения математике являются задачи. Заметим, что далеко не любую математическую задачу считают креативной, творческой. Вполне закономерен вывод: далеко не любые математические задачи являют собой средство продуктивного обучения математике.

Бытует мнение, что решение задач, аналогичных ранее решенным, это прерогатива исключительно репродуктивных методов обучения. Преследуя цель реабилитировать задачи-аналоги, охарактеризуем достаточно богатый потенциал задач-аналогов в плане реализации собственно продуктивного обучения математике.

Под аналогичными математическими задачами или математическими задачами-аналогами будем понимать задачи, имеющие черты сходства в компонентах структуры и аналогию в методе решения [2]. Следует заметить, что аналогия в компонентах структуры задач не всегда может быть заметна школьнику, поскольку умение видеть аналогию зависит и от суммы знаний, и от способности комбинировать, связывать знания по-новому.

Степень аналогии задач может быть различной. Ближайшие аналоги, идентичные исходной задаче, – задачи клоны. Эти задачи, одинаковые по сложности, способу решения, теоретическому базису, равноценные или близкие по трудности, и отличающиеся друг от друга числовыми данными, обозначениями, расположением объектов, наименованием нематематических объектов задачи. Различия условий задач-клонов не касается характера взаимосвязей, отношений между величинами, объектами, заданными в условии [1]. Следующий уровень – образуют задачи однотипные с данной. Такие задачи могут отличаться по сложности (например, в случае, когда расширяется требование, например, за счет включения дополнительных требований или замены более сильным); они могут отличаться по уровню трудности (например, иметь менее привычную для учеников формулировку). Среди задач, относящихся к однотипным, могут

быть и обращенные задачи.

Более далекие аналоги – аналоги на уровне обобщенной модели. Как правило, это задачи из разных тем. Аналогия может проводиться и между задачами из разных учебных предметов внутри одной образовательной области «математика», в частности: между планиметрией и геометрией, между алгеброй и геометрией и т.д. Такие задачи подчеркивают единство математики как науки, позволяют формировать внутрипредметные связи. Способ решения задачи, находящейся на таком (достаточно большом) удалении от исходной, может быть уже не полностью идентичен способу решения исходной задачи, однако аналогичен ему.

Арсенал методических приемов использования задач-аналогов достаточно широк. Рассмотрим возможности применения задач-аналогов на разных этапах обучения математике.

«Открытие» новых знаний. Важнейшей чертой продуктивного обучения является создание учениками личностной образовательной продукции: интеллектуальных открытий. Наборы математических задач-аналогов могут помочь ученикам заметить закономерность, «открыть» неизвестный ранее факт.

Пример. При изучении темы «Линейная функция» можно предложить ученикам набор задач-клонов:

Построить график функции:

$$y = 2x + 3$$

$$y = -x + 3$$

$$y = -0,5x - 3$$

$$y = -2x + 3$$

$$y = 2x - 4$$

$$y = 0,5x + 3$$

$$y = 2x - 3$$

$$y = 2x + 4$$

$$y = 3$$

$$y = -2x - 3$$

$$y = -0,5x + 3$$

$$y = -3$$

$$y = x + 3$$

$$y = 0,5x - 3$$

Анализ полученных графиков функций, позволит ученикам «открыть» зависимость расположения графика линейной функции $y = kx + b$ от значений k и b .

«Открытие» нового способа решения задач. Наборы математических задач-аналогов могут помочь ученикам «открыть» новый способ решения задач, т.е. новый для них способ деятельности.

Пример. Ученикам предлагается серия задач-аналогов:

$$|3x + 5| + |x^2 - 7| > |x^2 + 3x - 2|,$$

$$|3x + 12| + |x^2 - 16| > |x^2 + 3x - 4|,$$

$$\left| \frac{1}{x} - x^2 \right| + \left| x^2 + \frac{5}{x^2 - 3} \right| > \left| \frac{1}{x} + \frac{5}{x^2 - 3} \right| \text{ и т.д.}$$

Учитель сообщает, что все данные задачи могут быть решены одинаковым способом. Проанализировав особенности каждого из предложенных неравенств, выявив общие особенности условий всей серии задач, ученики могут обратить внимание на схожесть условия: все неравенства имеют следующий вид $|f(x)| + |g(x)| > |f(x) + g(x)|$. Перед учениками возникает вопрос: «Какое условие должно выполняться, чтобы имело место указанное соотношение?» Ре-

зультат – новый интеллектуальный продукт, – идея решения: неравенство $|f(x)| + |g(x)| > |f(x) + g(x)|$ равносильно неравенству $f(x) \cdot g(x) < 0$.

Поиск способа решения задачи. В ходе поиска решения задачи учитель нередко предлагает ученикам вспомнить задачу, аналогичную данной, прием решения которой известен. Причем в этой ситуации может быть востребованы как очень близкие аналоги (по сути клоны), так и аналоги гораздо более далекие, в которых аналогиях прослеживается на уровне аналогии способа решения.

Пример. Задача. Решить уравнение: $\log_9^2 x - 5\log_3 x + 21 = 0$

Ставя перед учениками эту задачу, учитель предлагает вспомнить, каким методом решались уравнения $5^{2x} - 2 \cdot 5^x - 15 = 0$, $(x^2 + x)^2 + 4(x^2 + x)^2 - 12 = 0$. Предложенные учителем задачи, по сути, являются задачами-аналогами на уровне обобщенной модели (Уравнения с помощью замены переменной приводятся к квадратному уравнению $At^2 + Bt + C = 0$).

Пример применения далеких аналогий. Ученикам предложена задача: «Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, ребро куба равно 1. Найдите расстояние от вершины B_1 куба до плоскости $BA_1 C_1$ ».

В ходе поиска решения этой задачи, учитель предлагает ученикам решить сначала плоский аналог этой задачи: « $ABCD$ – прямоугольник со сторонами 3 см и 4 см. Найдите расстояние от вершины B до прямой AC ».

Затем, актуализировав прием решения планиметрической задачи, осознав аналогию, присутствующую в этих двух задачах, ученики догадываются использовать при решении стереометрической задачи аналогичный метод. Первая задача может быть решена с помощью метода площадей. Вторая задача может быть решена методом объемов, который, по сути, является аналогом метода площадей. Так может быть организовано знакомство учеников с применением метода объемов при решении задач. Заметим, что ученики получили знания не в готовом виде, а как результат собственной мыслительной деятельности, что соответствует идеологии продуктивного обучения математике.

Формирование у учащихся умений реализации новых способов деятельности. Продуктивное обучение математике направлено, прежде всего, на овладение учащимися способами деятельности. Для достижения этой цели разным ученикам требуются разные системы задач. Задачи-аналоги здесь активно задействуются.

Одним ученикам для формирования умений учитель предлагает серию задач-клонов (очень близких аналогов). Кроме варьирования значений величин в аналогах этого уровня может присутствовать незначительное изменение сюжета (не влияющее на математическую сущность задачи). Для учеников, с трудом усваивающих материал, простое изменение действующих лиц в сюжете может сделать задачу совершенно неузнаваемой.

Например. Задача 1. Сколько существует различных кодов, составленных из двух цифр? Задача 2. Сколько можно составить буквосочетаний из двух

гласных букв русского алфавита?

В геометрических задачах при клонировании кроме варьирования числовых данных используют также варьирование обозначений, незначительное варьирование чертежа (например, изменение расположения геометрического объекта, изменение формы объекта, не вызывающее изменение способа решения задачи).

Системы упражнений на формирование умений у учеников с более высокими учебными возможностями содержат гораздо меньшее число задач-клонов. Вместо них используют аналоги другого уровня. В частности включают задачи, по сути являющиеся довольно близкими аналогами исходной задачи, однако в одних могут быть введены дополнительные требования, в других - требование заменено более сильным, в третьих - расширено условие и изменено требование в связи с этим, в четвертых - представлено обобщение исходной задачи и т.д.

Пример 1.

Задача 1. Число -22 является членом арифметической прогрессии 44, 38, 32, ... Найти номер этого члена.

Задача 2. Число -59 является членом арифметической прогрессии 1, -5, ... Найти его номер. Является ли число -46 членом этой прогрессии?

Задача 2 – аналог задачи 1 с расширенным требованием.

Пример 2.

1. Клиент банка внес 8000 р. на вклад с годовым доходом 5%. Какая сумма окажется у него на счету через 2 года, если он никаких сумм со счета не снимал и дополнительных вложений не делал?

2. Клиент банка внес 8000 р. на вклад с годовым доходом 5%. Через год он положил на этот же счет еще 2000 р. Какая сумма будет у него на счету после открытия счета в банке?

Задачи являются аналогами, в задаче 2 добавлено новое условие, расширено требование.

Контроль знаний. Для получения равноценных по трудности вариантов контрольных и проверочных работ традиционно используются задачи-клоны.

Пример.

$$4^{2x} - 5 \cdot 4^x + 4 = 0; \quad 3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 = 0;$$

$$5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0; \quad 7^{2x} - 8 \cdot 7^x + 7 = 0.$$

Задачи-клоны получены путем варьирования числовых данных, одинаковые по трудности (все уравнения сводятся к приведенному квадратному уравнению, корни у всех уравнений - целые числа).

Рефлексия – неотъемлемый этап в реализации продуктивного обучения. Ученики должны осознать, какими способами деятельности они овладели. Одним из показателей достижения положительного результата может служить способность самостоятельно составить задачи по изученной теме, задачи, которые по сути являются задачами-аналогами для решенных на уроке.

ЛИТЕРАТУРА

1. Менькова С.В. Математические «задачи-клоны»: сущность, дидактические функции, приемы составления // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 4; URL: www.science-education.ru/118-13861.

2. Менькова С.В. Особенности конструирования окрестностей математических задач-аналогов // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 5; URL: www.science-education.ru/119-15080.

METHODS OF USING OF TASKS-ANALOGUES IN THE PROCESS OF PRODUCTIVE TEACHING ON MATHEMATICS

S.V. Menkova

This article deals with the essence of mathematical tasks-analogues; discusses the techniques of using tasks-analogues in the process of productive teaching on mathematics

Keywords: tasks- analogues, productive teaching on mathematics.

Статья подготовлена по результатам научно-исследовательской работы № 2954: Видовое многообразие задачных конструкций продуктивного обучения математике, выполняемой в рамках базовой части государственного задания в сфере научной деятельности по заданию №2014/134.

О НЕКОТОРЫХ СПОСОБАХ ОРГАНИЗАЦИИ ПРОДУКТИВНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ В ДОПОЛНИТЕЛЬНОМ ОБРАЗОВАНИИ

С.В. Миронова¹, С.В. Напалков², Л.Ю. Нестерова³

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Арзамасский филиал, физико-математический факультет, ^{1,3}кафедра физико-математического образования, кандидат педагогических наук, доцент, ²кафедра прикладной информатики, кандидат педагогических наук, доцент

Россия, 607220, Нижегородская обл., г. Арзамас, ул. К. Маркса, д. 36

Тел.: 89101285616, 89506200330, 89200403988,

e-mail: svetochka.arz@mail.ru, nsv-52@mail.ru, lar.nesterowa2011@yandex.ru

В статье описываются два способа организации продуктивной математической деятельности школьников в рамках осуществления их дополнительного математического образования: конкурсный и лабораторный. Приводятся примеры практической реализации этих способов, подробно рассматривается опыт применения указанных способов на практике.

Ключевые слова: технологии обучения математике, продуктивная математическая деятельность школьников, дополнительное образование.

Современные требования к обучению школьников математическим дисциплинам включают в себя необходимость выполнения учащимися продуктивной математической деятельности. Полноценное формирование такой деятельности невозможно без использования возможностей, предоставляемых системой дополнительного образования. Поскольку при таком подходе расширяются временные границы выполнения продуктивной деятельности учащимися в области математики, появляется возможность использовать дополнительные источники информации, шире задействуется индивидуальное консультирование, уточняются и корректируются задания в соответствии с особенностями развития личности ученика, уровнем его математического развития и предметной подготовки [1].

Однако в настоящее время дополнительные занятия (математические факультативы и кружки) для учащихся основной школы сведены к минимуму - в крайнем случае, их задействуют лишь для подготовки учащихся 9 классов к итоговой аттестации по предмету. Кроме того, в рамках занятий (уроков или кружков) не всегда имеется возможность презентовать результаты продуктивной математической деятельности каждого ученика, а в таком случае он не имеет возможности не только их продемонстрировать, но и получить качественную оценку, уточнить, скорректировать и аргументировать полученные выводы.

В связи со сказанным выше следует говорить о необходимости использования возможностей системы дополнительного образования для полноценного формирования продуктивной математической деятельности школьников. Про-

продуктивная деятельность в образовании (в том числе, математическом) чаще всего трактуется как деятельность, нацеленная на реальный конкретный конечный продукт, созданный учеником. В рамках осуществления дополнительного математического образования можно говорить о двух основных способах организации продуктивной математической деятельности школьников. Один из них назовем *конкурсным*, под ним будем понимать проведение конкурсных мероприятий, позволяющих участникам осуществлять продуктивную математическую деятельность. В качестве примера такого способа рассмотрим существующий много лет в Арзамасском филиале ННГУ Всероссийский Вахтеровский фестиваль-конкурс творческих работ по математике «Красота и величие математики».

Целями фестиваля-конкурса являются:

- раскрытие роли математики в создании научной картины реального мира;
- показ значимости математического образования в жизни человека, его профессиональной деятельности;
- демонстрация приложений школьной математики;
- раскрытие эстетического потенциала математических дисциплин;
- выявление математически способных детей и обеспечение условий их развития;
- раскрытие творческого потенциала учащихся;
- обобщение передового педагогического опыта по приобщению детей к математическому творчеству.

Участие в фестивале принимают учащиеся 5-11 классов и даже студенты первых курсов колледжей. На фестиваль-конкурс принимаются: исследовательские работы учащихся по математике; творческие работы; работы реферативного характера с элементами самостоятельного поиска и другие авторские работы, раскрывающие значение математики для человека, глубину математических идей, общность математических рассуждений, силу математических методов, мощь математического аппарата, красоту математических структур, форм, понятий, закономерностей, утверждений, формул, выражений, рассуждений, записей.

По характеру исполнения работы могут быть: реферативными; аналитическими; исследовательскими; творческими. Их содержание может иметь: историко-математическую направленность; эстетико-математическую направленность; художественно-математическую направленность; прикладную математическую направленность; научную математическую направленность; методико-математическую направленность.

Указанные особенности конкурса позволяют говорить о том, что при выполнении конкурсных работ от учащихся требуется осуществление продуктивной математической деятельности.

Всероссийский Вахтеровский фестиваль-конкурс творческих работ по математике «Красота и величие математики» проводится в два этапа:

I этап – *подготовительный* включает:

- организацию написания работ школьниками в образовательных учреждениях;
- проведение отборочного (школьного, районного) тура;
- оформление отобранных работ в соответствии с требованиями;
- представление конкурсантами материалов в оргкомитет фестиваля-конкурса, оформление заявки участника.

II этап – *основной* включает:

- рассмотрение и оценку присланных работ экспертной комиссией фестиваля-конкурса;
- определение победителей и номинантов по каждой возрастной группе участников;
- приглашение школьников и учителей – авторов присланных работ, допущенных к участию в фестивале-конкурсе на основном этапе, на итоговое мероприятие;
- проведение итогового мероприятия в виде фестиваля-конкурса с презентацией и защитой творческих работ, награждением победителей и номинантов конкурса, а также их руководителей и администраций образовательных учреждений.

О продуктивности конкурсных работ участников можно судить, исходя из их тематики, например:

- среди исследовательских работ можно выделить «Простой способ решения непростых геометрических задач», «Внутренние и внешние углы звёзд», «Моделирование двумерных миров на примере планетарной модели»;
- наиболее продуктивны обычно творческие работы учащихся, в частности, «Математические оды», «Геометрия в узорах и орнаментах Нижегородского края», «Математика в женском образе» и др.;
- даже среди работ школьников реферативного характера с элементами самостоятельного поиска имеются продуктивные «Лабиринты: поиск решения», «Практические задачи на нахождение объемов и площадей геометрических тел», «Геометрия в художественной гимнастике».

Еще один способ организации продуктивной математической деятельности в дополнительном образовании школьников можно назвать *лабораторным*, его целесообразно использовать на занятиях специальных математических курсов для учащихся общеобразовательных школ. Поясним сказанное на примере математических лабораторных занятий, проводимых в рамках образовательного проекта Арзамасского филиала ННГУ «*Академия точных наук*».

Целью проекта является развитие познавательного интереса учащихся к изучению физико-математических дисциплин. Среди основных задач можно указать:

- формирование навыков исследователя;
- расширение физико-математических представлений школьников;
- усиление теоретической подготовки по физико-математическим дисциплинам.

плинам;

- привитие интереса к проектной деятельности;
- развитие мышления школьников и их способностей средствами физики и математики.

Программа образовательного проекта по *математике* включает в себя следующие темы:

Номер занятия	Тема занятия	Количество часов
1.	История возникновения различных систем счисления	2
2.	Различные виды чисел	2
3.	Идеи четности и нечетности	2
4.	Головоломки и математические ребусы	2
5.	Задачи на переливание и взвешивание	2
6.	Задачи на части и делимость	2
7.	Задачи на движение	2
8.	Задачи на совместную работу	2
9.	Задачи на проценты	2
10.	Старинные математические задачи	2
11.	Фигуры на клетчатой бумаге	2
12.	Задачи на периметр и площадь	2
13.	Задачи на разрезание	2
14.	Конструкции из спичек	2
15.	Геометрические фигуры в пространстве	2
16.	Логические задачи	2
17.	Математика в различных профессиях	3

Структура каждого лабораторного занятия состоит из трех основных частей:

- организационно-презентационной (отчет о выполнении проектных домашних заданий; организация нового занятия);
- ориентировочно-познавательной (объяснительная часть, разбор ключевых положений и задач);
- исследовательско-проектировочной (самостоятельное составление и выполнение заданий по теме).

Например, при изучении темы «Римские цифры» на первом этапе (Творим!) ученики отчитываются о выполнении творческих заданий по составлению окрестностей к рассмотренным на предыдущем занятии задачам [2]. В специальной рабочей тетради они заполняют рубрики «Мои задачи» и «Задачи моих товарищей».

На втором этапе (Познаем!) учащимся предлагается выполнить следующие задания.

Какими символами обозначают римские цифры? Заполните таблицу!

I	один
II	
III	
IV	
V	
VI	
VII	
VIII	
IX	
	десять
	одиннадцать
	двенадцать
	двадцать
	тридцать
	сорок
	пятьдесят
C	
D	
M	

Как связана поговорка «Мы Даем Советы Лишь Хорошо Воспитанным Индивидуумам» с римскими цифрами?

А также записать правила сложения и вычитания для записи чисел с помощью римских цифр. А далее следует серия ключевых задач по теме.

Задача 1. Расшифруйте запись:

Leonardo Euler (MDCCVII – MDCCLXXXIII)

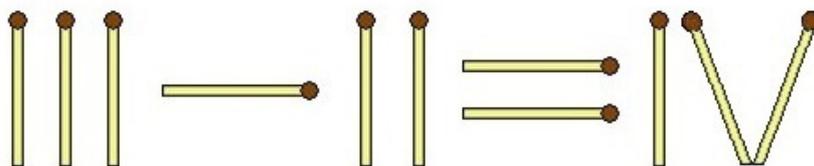
Задача 2. Запишите римскими цифрами годы жизни великих русских ученых:

- Николая Ивановича Лобачевского (1792 - 1856)

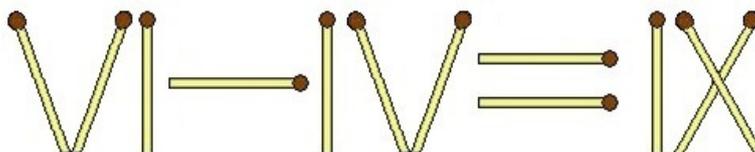
- Михаила Васильевича Ломоносова (1711 - 1765)

- Софьи Васильевны Ковалевской (1850 - 1891)

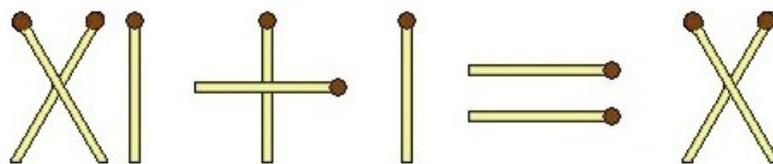
Задача 3. Переместите одну спичку так, чтобы равенство стало верным.



Задача 4. Переместите одну спичку так, чтобы равенство стало верным. (Возможны два варианта решения).



Задача 5. Как сделать так, чтобы это равенство с римскими цифрами было верным, при этом нельзя касаться ни одной спички.



Выполнение заданий происходит индивидуально, а затем школьники представляют и оценивают полученные результаты. Руководитель участвует в обсуждении, корректирует, дополняет выполнение заданий историческими сведениями.

На последнем этапе (Оцениваем!) участники проекта отмечают уровень усвоения изученного и полученные личные результаты с помощью выбора соответствующего смайлика.



Сложно...



Понятно



Легко!

Кроме того, в рамках проекта запланирована организация продуктивной математической деятельности при прохождении квестов, выполнении творческих и конкурсных работ.

Оба представленных подхода дают достаточно высокие результаты в продуктивном обучении школьников математике, способствуют развитию продуктивной математической деятельности учащихся, позволяют добиваться достижения требований современных образовательных стандартов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Педагогические технологии математического творчества: сборник статей участников международной научно-практической конференции / Под ред. М.И. Зайкина. – Арзамас: АГПИ, 2011. – 471 с.
2. Задачные конструкции математического развития школьников: сборник статей участников научно-методического семинара / Под общей редакцией С.В. Арюткиной, С.В. Напалкова. 2015. – 102 с.

ABOUT SOME METHODS OF THE ORGANIZATION OF PRODUCTIVE MATHEMATICAL ACTIVITIES OF PUPILS IN ADDITIONAL EDUCATION

S.V. Mironova, S.V. Napalkov, L.Yu. Nesterova

In article two methods of the organization of productive mathematical activities of school students within implementation of their additional mathematical education are described: competitive and laboratory. Examples of practical implementation of these methods are given, experience of application of the specified methods in practice in detail is considered.

Keywords: technologies of training in mathematics, productive mathematical activities of school students, additional education.

Статья подготовлена по результатам научно-исследовательской работы № 2954: Видовое многообразие задачных конструкций продуктивного обучения математике, выполняемой в рамках базовой части государственного задания в сфере научной деятельности по заданию №2014/134.

О ПОКАЗАТЕЛЯХ ПРОДУКТИВНОСТИ ЗАДАЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ

С.В. Миронова

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Арзамасский филиал, физико-математический факультет, кафедра физико-математического образования,

кандидат педагогических наук, доцент

Россия, 607220, Нижегородская обл., г. Арзамас, ул. К. Маркса, д. 36

Тел.: 89101285616, e-mail: svetochka.arz@mail.ru

В статье выявляются основные показатели продуктивности задачной конструкции по математике, описываются восемь видов задачных конструкций, наиболее часто используемых в школьной практике для организации продуктивной математической деятельности, оценивается уровень продуктивности каждой из них.

Ключевые слова: технологии обучения математике, продуктивная математическая деятельность школьников, задачные конструкции, показатели продуктивности задачной конструкции по математике.

В практике обучения математике на протяжении нескольких столетий одним из основных средств являются задачи. Еще со времен С.И. Шохор-Троцкого особое распространение получил метод целесообразно подобранных задач [4]. В настоящее время в работе учителя математики можно встретить различные задачные конструкции: серии, наборы, подборки, вариации, цепочки, циклы, окрестности, системы и др. Для организации продуктивной математической деятельности учащихся чаще других задействуются такие задачные совокупности: циклы, цепочки, системы, серии, вариации и окрестности (обобщенных математических задач, задач-аналогов и обращенных математических задач).

Под развивающейся *цепочкой* взаимосвязанных задач понимают такую задачную конструкцию целевого назначения, постановка и решение каждой задачи которой (за исключением первой) порождаются решением предыдущих задач. В процессе выполнения заданий такой цепочки учащиеся придумывают примеры математических объектов; составляют аналогичные задачи для данной; формулируют гипотезы; моделируют объекты или процессы; отыскивают способы доказательств; формулируют вопросы; ставят проблемы; отыскивают различные способы решения (доказательства); строят локальные теории.

Циклы могут иметь следующую структуру: выделяется целевая (базисная) задача, которая предваряется задачами-компонентами. Назначение последних состоит в актуализации «старых» и сообщении «новых» знаний, ориентированных на решение целевой задачи. Указываются задачи, развивающие целевую. В результате прохождения заданий цикла у учащихся формируется обобщенный прием решения задач отдельного типа, который они затем могут перенести на решение других типов задач.

Понятие «*система*» отражает объективно существующие явления, про-

цессы и объекты реального мира, которые состоят из множества элементов и представляют собой целостные образования. Элементы системы находятся между собой в определенных связях и отношениях. Структура связей и отношений, в свою очередь, зависит от роли и значения каждого элемента в системе и от самой системы в целом. Отношения и связи в системе определяют ее функционирование как единого целого по отношению к другим системам. Важнейшими принципами системного подхода к построению дидактических объектов, в том числе, и задачных конструкций являются: принцип целостности, принцип иерархичности, принцип структурности и принцип непрерывности. В результате решения задач системы, построенной в соответствии с указанными принципами, у учащихся формируются представления о границах применения математических моделей в других областях научных знаний [2].

Под *серией* математических задач понимают такую упорядоченную совокупность задач, формулировки которых имеют схожесть текстового, сюжетного, графического представления либо математическую идентичность заданных в условии отношений. Их функциональное назначение связано с: отработкой навыков выполнения математических действий (вычислений, преобразований, построений и т.д.); подведением к обнаружению (открытию) какой-либо особенности математического объекта, зависимости или закономерности, их выражения в виде соотношения, формулы или словесного правила и т.п.; усвоением способа решения задачи, схемы рассуждения, алгоритма деятельности и т.п.; диагностикой математических способностей школьников, уровня сформированности у них какого-либо умения или навыка и др.

В качестве *вариаций* математических задач чаще всего определяют совокупности взаимосвязанных задач, полученные с использованием тех или иных способов изменения задачной ситуации. Вариации, как правило, полифункциональны и могут задействоваться на различных этапах учебного процесса.

Каждая математическая задача, как и любая задача, вообще, имеет определенный набор связанных с ней задач, определенную *окрестность* – по содержанию, методам рассуждений, кругу используемых понятий. Более того, каждая задача входит в целую совокупность – букет окрестностей, связанных с той или иной её особенностью, а выбор одной из этих окрестностей задачи для достижения тех или иных дидактических целей определяется конкретными условиями обучения. Различают окрестности обращенных и обобщенных математических задач, а также задач-аналогов [1, 3].

Оценить продуктивность указанных задачных конструкций можно по следующим показателям:

- 1) *уровню* теоретического обобщения результатов, которые достигаются при решении задач указанной конструкции;
- 2) *широте* охвата областей научных знаний результатами выполнения заданий данной конструкции;
- 3) *степени* многообразия получаемых учащимися результатов (продуктов) в ходе решения задач этой конструкции.

Исходя из описания особенностей рассматриваемых задачных конструкций можно говорить:

- о трех уровнях возможного теоретического обобщения результатов: *низком*, когда в теоретическом плане результаты недостаточно обобщены; *среднем* – если получено теоретическое обобщение, но оно недостаточно обосновано; *высоком* – полученное теоретическое обобщение обосновано;

- о трех вариантах широты охвата областей научных знаний результатами выполнения заданий данной конструкции: *малой*, когда полученные результаты принадлежат только одной математической дисциплине; *средней* – если результаты охватывают все математические дисциплины; *большой* – полученные результаты имеют связи с другими научными дисциплинами;

- о трех степенях многообразия получаемых результатов по завершению работы с задачей конструкцией: *низкой*, когда выполнение заданий конструкции позволяет получить только один результат (продукт); *средней* – если можно получить результаты двух-трех видов; *высокой* – получены результаты более трех видов.

Оценим продуктивность каждой из задачных конструкций следующих видов: цикла, цепочки, системы, серии, вариации и окрестностей обобщенных математических задач, задач-аналогов и обращенных математических задач; при этом, если прохождение конструкции позволяет достигать только низкого уровня теоретического обобщения присвоим этому показателю 1, если среднего – 2, если высокого – 3; в случае возможного получения при прохождении задачи конструкции малой широты охвата областей научных знаний показателю присваивается 1 балл, средней – 2, большой – 3; аналогично поступаем, если выполнение заданий задачи конструкции позволяет достигать низкой степени многообразия получаемых результатов, то ей присваивается 1 балл, средней – 2; высокой – 3. По результатам из анализа и описания задачных конструкций указанных видов, можно получить следующее распределение коэффициентов показателей их продуктивности (см. таблицу).

Таблица

Показатели продуктивности задачных конструкций по математике

	Уровень теоретического обобщения	Широта охвата областей научных знаний	Степень многообразия результатов
Цепочки	Высокий (3)	Малая (1)	Средняя (2)
Циклы	Средний (2)	Средняя (2)	Низкая (1)
Системы	Низкий (1)	Большая (3)	Низкая (1)
Серии	Низкий (1)	Средняя (2)	Средняя (2)
Вариации	Низкий (1)	Малая (1)	Низкая (1)
Окрестности обобщенных задач	Средний (2)	Малая (1)	Низкий (1)
Окрестности задач-аналогов	Низкий (1)	Большая (3)	Низкая (1)
Окрестности обращенных задач	Средний (2)	Малая (1)	Низкий (1)

Исходя из полученных результатов, можно говорить о том, что наибольший суммарный показатель продуктивности (равный 6) имеют развивающиеся цепочки и системы математических задач; достаточно высок показатель (равен 5) наблюдается у таких задачных конструкций, как циклы, серии и окрестности задач-аналогов, остальные задачные конструкции имеют более низкие суммарные значения (4 и 3), это соответственно окрестности обобщенных и обращенных математических задач, а также их вариации.

Связи с этим в практике обучения математике для организации продуктивной математической деятельности школьников целесообразно использовать, прежде всего, цепочки и системы математических задач; а также циклы, серии и окрестности задач-аналогов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Задачные конструкции математического развития школьников: сборник статей участников научно-методического семинара / Под общей редакцией С.В. Арюткиной, С.В. Напалкова. 2015. – 102 с.

2. Зайкин М.И., Арюткина С.В., Зайкин Р.М. Цепочки, циклы и системы математических задач: Монография/ Под общ. ред. М.И. Зайкина, Арзамасский филиал ННГУ. – Арзамас: АГПИ, 2013. – 135 с.

3. Зайкин М.И., Егулемова Н.Н., Абрамова О.М. Серии, вариации и окрестности обращенных математических задач: Монография / Под общ. ред. М.И. Зайкина, Арзамасский филиал ННГУ. – Арзамас, 2014. –121 с.

4. Хрестоматия по методике математики: обучение через задачи: учеб. пособие для вузов / сост.: М.И. Зайкин, С.В. Арюткина. – Арзамас: АГПИ, 2008. – 285 с.

ABOUT INDICATORS OF PRODUCTIVITY OF ZADACHNY DESIGNS ON MATHEMATICS S.V. Mironova

In article the main indicators of productivity of a zadachny design on mathematics come to light, eight types the zadachnykh of the designs which are most often used in school practice for the organization of productive mathematical activities are described the level of productivity of each of them is estimated.

Keywords: technologies of training in mathematics, productive mathematical activities of school students, zadachny designs, indicators of productivity of a zadachny design for mathematics.

Статья подготовлена по результатам научно-исследовательской работы № 2954: Видовое многообразие задачных конструкций продуктивного обучения математике, выполняемой в рамках базовой части государственного задания в сфере научной деятельности по заданию №2014/134.

О ПРОДУКТИВНОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСТАНЦИОННОГО КУРСА «ПОДГОТОВКА УЧАЩИХСЯ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ К ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО МАТЕМАТИКЕ»

С.В. Миронова

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Арзамасский филиал, физико-математический факультет, кафедра физико-математического образования, кандидат педагогических наук, доцент
Россия, 607220, Нижегородская обл., г. Арзамас, ул. К. Маркса, д. 36
Тел.: 89101285616, e-mail: svetochka.arz@mail.ru

В статье описывается один из продуктивных подходов к организации подготовки старшеклассников к итоговой аттестации по математике посредством специального дистанционного курса, рассматриваются особенности построения курса и структура каждого занятия, приводится пример работы.

Ключевые слова: продуктивность обучения математике, итоговая аттестация по математике, дистанционный курс.

В настоящее время изменения, происходящие в математическом образовании школьников, требуют формирования у них навыков выполнения продуктивной деятельности. Идеи продуктивного обучения математике проникают и в классно-урочную систему, и во внеурочную деятельность по предмету, и в систему дополнительного образования. При этом продуктивность понимается как нацеленность на получение результата (математической модели, закономерности, приема и т.п.) [1]. В меньшей мере это относится к организации специальной подготовки к итоговой аттестации по математике учащихся средней школы. Такая подготовка осуществляется, как правило, либо в школе на факультативных занятиях, либо репетиторами, но чаще всего она сводится к натаскиванию на решение определенных типов заданий. Такой подход не всегда позволяет достигать высоких результатов, т.к. имеет низкую продуктивность. Да и не у всех учащихся имеется возможность дополнительной подготовки (например, у сельских школьников она минимальна).

Одним из способов решения данной проблемы может служить специально организованный дистанционный курс, имеющий особый подход к методическому сопровождению заданий. Приведем пример такого занятия, построенного с учетом возможностей обучающей системы Moodle. Первая часть занятия построена в виде интерактивной лекции, включающей теоретическую часть и примеры образцов решения ключевых задач данного типа. Вторая часть занятия включает в себя задания на самостоятельное решение окрестности задач, каждая из которых имеет систему методической помощи, состоящую из ответа, алгоритма и образца решения задачи данного типа. Выполнение этой части организовано таким образом, что при получении неверного ответа учащийся может воспользоваться подсказкой, введя слов «алгоритм», или посмотреть решение аналогичной задачи, набрав слово «образец». Так, например, при изучении од-

ного из типов задач итоговой аттестации по математике занятие дистанционного курса имеет следующее наполнение.

Задание 3. Задания этого уровня согласно спецификации КИМ направлены на проверку умения выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами.

Теория. Многие задания данного уровня опираются на понятие площади, ее свойства и формулы для нахождения площадей плоских фигур.

Свойства площади плоской фигуры:

Площадь фигуры – положительная величина.

Равные фигуры имеют равные площади.

Площадь фигуры равна сумме площадей ее частей.

Площадь квадрата со стороной, равной единице измерения, равна единице.

Основные способы нахождения площадей плоских фигур:

Площадь прямоугольника равна произведению длин двух его неравных сторон.

Площадь квадрата равна квадрату длины его стороны.

Площадь параллелограмма равна произведению его стороны на высоту, проведенную к этой стороне.

Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту ромба.

Площадь круга равна произведению числа π на квадрат его радиуса.

Основные формулы для нахождения площади треугольника:

$$S = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}ab\sin C = pr = \frac{abc}{4R} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

В некоторых заданиях требуется найти тригонометрические функции углов прямоугольных треугольников:

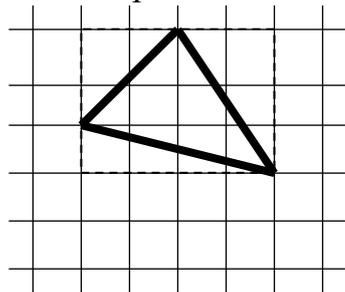
Синус острого угла прямоугольного треугольника равен отношению противолежащего катета к гипотенузе.

Косинус острого угла прямоугольного треугольника равен отношению прилежащего катета к гипотенузе.

Тангенс острого угла прямоугольного треугольника равен отношению противолежащего катета к прилежащему.

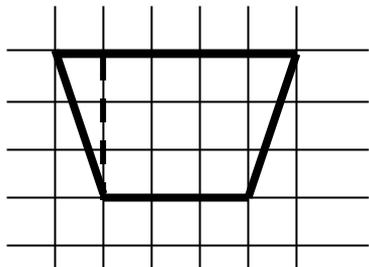
А также уметь применять *теорему Пифагора*: «В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов».

Ключевые задачи. №1. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с клетками размера 1см*1см. Ответ запишите в квадратных сантиметрах.



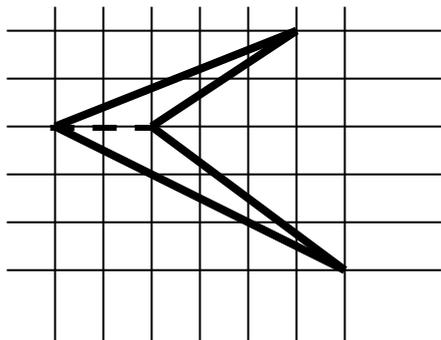
Решение: Можно рассмотреть прямоугольник, в который вписан данный треугольник, его размеры – 3×4 , т.е. его площадь равна 12, и из нее вычесть площади прямоугольных треугольников, дополняющих данный до выделенного прямоугольника, их площади соответственно равны $0,5 \times 2 \times 2$; $0,5 \times 3 \times 2$; $0,5 \times 1 \times 4$. Тогда площадь заданного треугольника равна $12 - 2 - 3 - 2 = 5$.

№2. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с клетками размера $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Ответ запишите в квадратных сантиметрах.



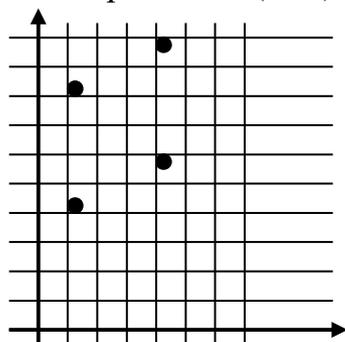
Решение: По рисунку видно, что четырехугольник является трапецией (основания – горизонтальные отрезки), тогда площадь можно найти как произведение полусуммы оснований на высоту, т.е. $0,5 \times (3 + 5) \times 3 = 12$.

№3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с клетками размера $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Ответ запишите в квадратных сантиметрах.



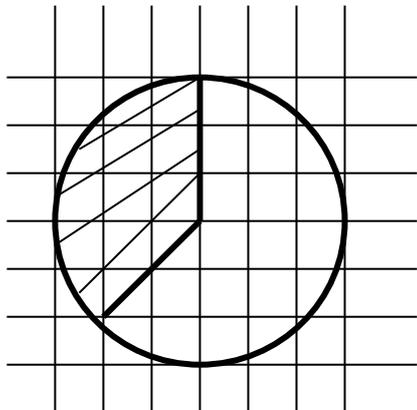
Решение: Можно построить горизонтальный отрезок, который разделит заданный четырехугольник на два треугольника с общим основанием, и тогда искомая площадь будет равна сумме площадей этих треугольников, т.е. $0,5 \times 2 \times 2 + 0,5 \times 2 \times 3 = 5$.

№4. Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют следующие координаты $(1; 4)$, $(1; 8)$; $(4; 6)$; $(4; 10)$.



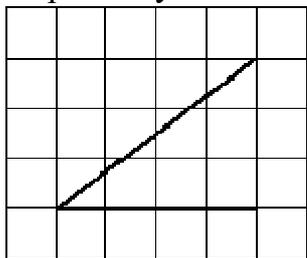
Решение: Можно построить четырехугольник на координатной плоскости, но и по равенству координат видно, что четырехугольник является параллелограммом с вертикальной стороной, равной 4, и высотой, проведенной к этой стороне, длины 3, а его площадь равна $3 \cdot 4$, т.е. 12.

№5. Найдите площадь S фигуры, заштрихованной на рисунке. В ответе укажите S/π .



Решение: Заштрихованная фигура представляет собой круговой сектор, опирающийся на дугу 135 градусов с радиусом, равным 3, т.е. его площадь составляет от площади полного круга $135/360=3/8$, тогда площадь сектора равна $\pi \cdot 9 \cdot 3/8 = 3,375\pi$, а в ответ нужно записать 3,375.

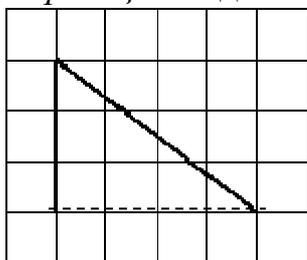
Окрестность задач. №1. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол. Найдите синус этого угла.



Ответ: 0,6.

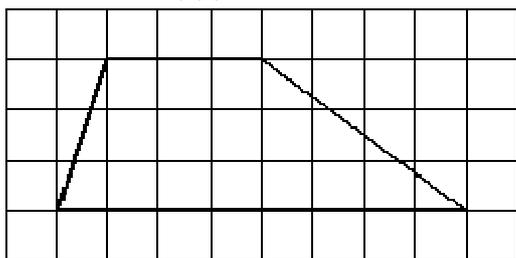
Алгоритм: Следует найти прямоугольный треугольник с заданным углом по клеткам сетки, по теореме Пифагора узнать длину гипотенузы, а далее найти значение синуса острого угла по определению.

Образец: Найдите косинус угла, изображенного на рисунке.



Решение: Рассмотрим прямоугольный треугольник, со сторонами 3 и 4, одним из острых углов которого является заданный угол, найдем величину гипотенузы по теореме Пифагора, она будет равна 5, тогда по определению косинуса получим, что он равен $4:5=0,8$.

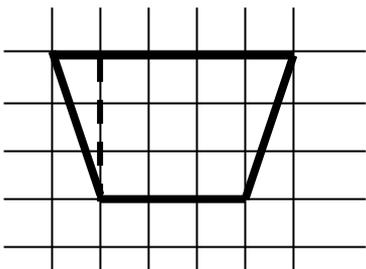
№2. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



Ответ: 16,5.

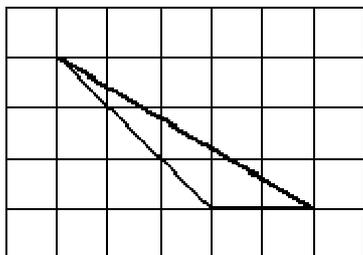
Алгоритм: Найти основания трапеции, затем их полусумму умножить на длину высоты.

Образец: Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с клетками размера 1см*1см. Ответ запишите в квадратных сантиметрах.



Решение: По рисунку видно, что четырехугольник является трапецией (основания – горизонтальные отрезки), тогда площадь можно найти как произведение полусуммы оснований на высоту, т.е. $0,5 \cdot (3 + 5) \cdot 3 = 12$.

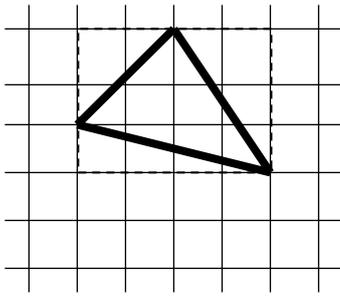
№3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



Ответ: 3.

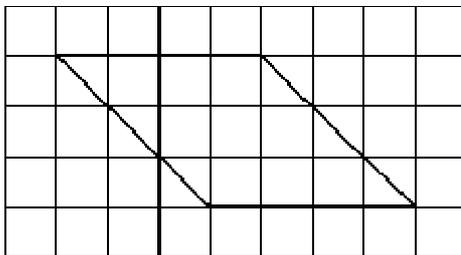
Алгоритм: Можно найти длины горизонтальной стороны треугольника и высоты, проведенной к ней, а затем их произведение разделить на два.

Образец: Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с клетками размера 1см*1см. Ответ запишите в квадратных сантиметрах.



Решение: Можно рассмотреть прямоугольник, в который вписан данный треугольник, его размеры – 3×4 , т.е. его площадь равна 12, и из нее вычесть площади прямоугольных треугольников, дополняющих данный до выделенного прямоугольника, их площади соответственно равны $0,5 \times 2 \times 2$; $0,5 \times 3 \times 2$; $0,5 \times 1 \times 4$. Тогда площадь заданного треугольника равна $12 - 2 - 3 - 2 = 5$.

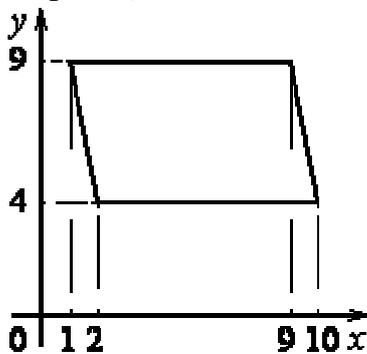
№4. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найдите его площадь.



Ответ: 12.

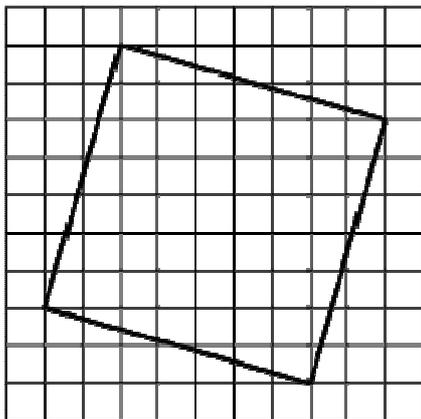
Алгоритм: Можно найти длины горизонтальной стороны параллелограмма и высоты, проведенной к ней, а затем их произведение.

Образец: Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.



Решение: Длина горизонтального основания параллелограмма равна 8, а высоты, проведенной к нему - 5, тогда площадь равна их произведению, т.е. $5 \times 8 = 40$.

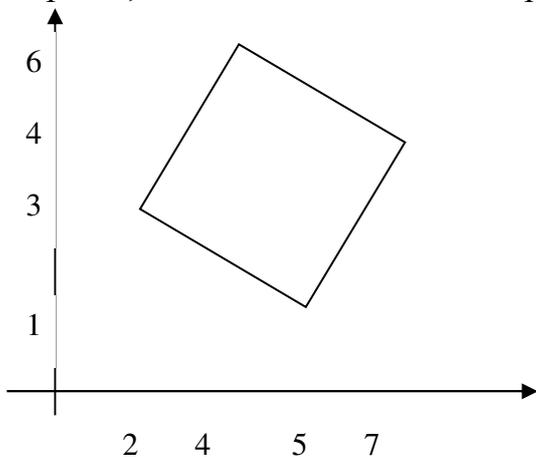
№5. Найдите площадь квадрата, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: 53.

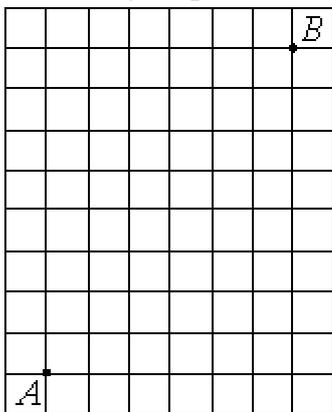
Алгоритм: Можно найти длину стороны квадрата по теореме Пифагора, а затем площадь квадрата как квадрат этой стороны.

Образец: Найдите площадь квадрата, изображенного на рисунке.



Решение: Сторона квадрата является гипотенузой прямоугольного треугольника с катетами 3 и 2. По теореме Пифагора квадрат гипотенузы будет равен 13, но площадь квадрата равна квадрату его стороны, т.е. тоже равна 13.

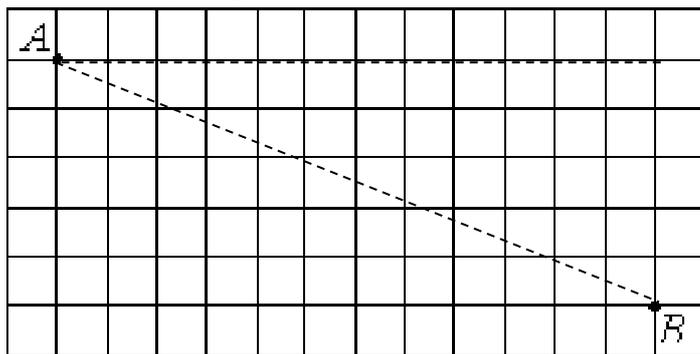
№6. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены точки A и B . Найдите длину отрезка AB [2].



Ответ: 10.

Алгоритм: Можно достроить до прямоугольного треугольника, в котором искомая сторона является гипотенузой, и найти длину AB по теореме Пифагора.

Образец: На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены точки A и B . Найдите длину отрезка AB .



Решение: Построим до прямоугольного треугольника с катетами 5 и 12, в котором AB является гипотенузой, вычислим ее длину по теореме Пифагора, т.е. она будет равна 13.

При таком подходе результатом выполняемой деятельности учащихся являются формируемые алгоритмы решения ключевых задач основных типов, т.е. рассмотренный способ организации занятий, способствующих подготовке старшеклассников к итоговой аттестации по математике, имеет более высокий уровень продуктивности по сравнению с традиционными способами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Педагогические технологии математического творчества: сборник статей участников международной научно-практической конференции / Под ред. М.И. Зайкина. – Арзамас: АГПИ, 2011. – 471 с.
2. Открытый банк заданий ЕГЭ: <http://www.fipi.ru>.

ABOUT PRODUCTIVITY OF STUDYING OF THE REMOTE RATE «TRAINING OF PUPILS OF HIGH SCHOOL FOR THE FINAL ASSESSMENT ON MATHEMATICS»

S.V. Mironova

In article one of productive approaches to the organization of training of seniors for a final assessment for mathematics by means of a special remote rate is described, features of creation of a rate and structure of each occupation are considered, the example of work is given.

Keywords: productivity of training in mathematics, a final assessment on mathematics, a remote rate.

Статья подготовлена по результатам научно-исследовательской работы № 2954: Видовое многообразие задачных конструкций продуктивного обучения математике, выполняемой в рамках базовой части государственного задания в сфере научной деятельности по заданию №2014/134.

О ПРИКЛАДНЫХ РЕЗУЛЬТАТАХ ПРОДУКТИВНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ ЗАДАНИЙ WEB-КВЕСТА

С.В. Напалков

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Арзамасский филиал, физико-математический факультет, кафедра прикладной информатики, кандидат педагогических наук, доцент
Россия, 607220, Нижегородская обл., г. Арзамас, ул. К. Маркса, д. 36
Тел.: 89506200330, e-mail: nsv-52@mail.ru

В статье описывается прикладной результат продуктивной математической деятельности, организованной с помощью тематических образовательных Web-квестов. Приводится содержание проектов как прикладных результатов продуктивной математической деятельности учащихся при прохождении заданий тематического образовательного Web-квеста по теме «Сумма первых членов геометрической прогрессии».

Ключевые слова: прикладные результаты, продуктивная математическая деятельность, тематический образовательный Web-квест.

Изучение математики в современной школе направлено на достижение личностных, предметных и метапредметных результатов. Кроме того, у учащихся развивается логическое и математическое мышление, представления о математических моделях; они овладевают математическими рассуждениями; учатся применять математические знания при решении различных задач и оценивать полученные результаты; овладевают умениями решения учебных задач; развивают математическую интуицию; получают представление об основных информационных процессах в реальных ситуациях. У них происходит формирование представлений о социальных, культурных и исторических факторах становления математической науки. Для решения указанных задач обучения математике необходима организация этого процесса продуктивными методами, позволяющими добиваться результатов в прикладной сфере.

Одной из таких форм достижения прикладных результатов продуктивной математической деятельности учащихся могут послужить Интернет-технологии, а в частности, тематические образовательные Web-квесты, важной составляющей которых являются поисково-познавательные задания практического содержания для мотивации учащихся к изучению нового учебного материала, для закрепления полученных знаний, с целью приобщения обучаемых к использованию математических знаний на практике.

На начальных этапах изучения учебной темы учитель, по понятным причинам, ограничен во времени в использовании таких задач. По мере получения новых знаний возможности полноценного применения изученного существенно расширяются и могут быть реализованы на более высоком уровне. В познавательных целях учащимся важно расширить представления о сферах применения изученного математического материала (например, применение прогресс-

сий, в частности, геометрической, в таких областях как биология, медицина, физика и др.), поэтому в информационном контенте тематического образовательного Web-квеста, наиболее значимым является результат направленный на математическую деятельность в прикладном аспекте.

Применительно к указанному аспекту информационного контента тематического образовательного Web-квеста, следует говорить о направленности составляющих его заданий на установление *возможностей и границ применения* такого рода задач на практике или в других науках. Поэтому в познавательный блок математических заданий следует включать поиск ответов на вопросы (на примере совокупности поисково-познавательных заданий тематического образовательного Web-квеста для обобщения и систематизации знаний по теме «Сумма первых членов геометрической прогрессии»):

- встречается ли человек в быту (в повседневной жизни) с суммированием членов геометрических прогрессий?

- в каких сферах производственной деятельности вероятнее всего человеку приходится встречаться с суммой членов геометрической прогрессии?

- в каких науках учёные непременно будут иметь дело с суммой членов геометрической прогрессии?

Созидательное звено прикладного аспекта продуктивной математической деятельности, при прохождении Web-квеста, включает в себя задания на получение специальных результатов, отражающих специфику практического применения основ решения указанного вида задач, т.е. карты приложений геометрической прогрессии; подборки прикладных задач, решаемых с использованием формул для нахождения сумм членов геометрических прогрессий (технической направленности); подборки прикладных задач, решаемых с использованием суммирования членов геометрических прогрессий (общекультурного назначения).

Оформительская часть состоит, прежде всего, в разработке *проекта* по теме «Применение формул для нахождения сумм членов геометрических прогрессий».

Ниже приведем примерные содержания проектов прикладных результатов продуктивной математической деятельности учащихся при прохождении заданий тематического образовательного Web-квеста по теме «Сумма первых членов геометрической прогрессии».

Формулы для нахождения сумм членов геометрической прогрессии помогают решать задачи по различным общеобразовательным предметам и в различных научных областях. Поэтому темы и содержание проектов могут быть различными. Например, в ходе выполнения заданий Web-квеста могут быть следующие результаты:

1. Название: «Формулы нахождения сумм членов геометрической прогрессии помогает биологам»: 1) применение формул суммы первых членов геометрической прогрессии в биологии; 2) алгоритм решения задач по биологии на применение формул суммы первых членов геометрической прогрессии; 3) примеры задач по биологии на применение формул суммы первых членов

геометрической прогрессии;

2. Название: «Физические процессы связанные с формулами нахождения сумм членов геометрической прогрессии»: 1) математические модели, связанные с формулами суммы первых членов геометрической прогрессии в физике; 2) алгоритм решения задач по физике связанные с применением формул суммы первых членов геометрической прогрессии; 3) примеры задач по физике на применение формул суммы первых членов геометрической прогрессии;

3. Название: «Экономические модели на основе формул нахождения сумм членов геометрической прогрессии»: 1) экономические модели, связанные с применением формул суммы первых членов геометрической прогрессии в экономике; 2) применение формул суммы первых членов геометрической прогрессии в задачах с экономическим содержанием; 3) примеры задач с экономическим содержанием на применение формул суммы первых членов геометрической прогрессии.

Результатом продуктивной математической деятельности, организованной с помощью тематических образовательных Web-квестов, будет описание математических методов и моделей в различных науках.

ЛИТЕРАТУРА

1. Напалков С.В. Тематические образовательные Web-квесты как средство развития познавательной самостоятельности учащихся при обучении алгебре в основной школе: дис. ... канд. пед. наук / – Саранск, 2013. – 166 с.

2. Арюткина С.В. Обобщенные приемы математической деятельности как основа математического творчества школьников // Педагогические технологии математического творчества: сборник статей участников международной научно-практической конференции / Под общей редакцией М.И. Зайкина, С.В. Арюткина (ответственный редактор), С.В. Напалков, Т.В. Романова. – 2011. – С. 57-62.

3. Современные Web-технологии образовательного назначения: перспективы и направления развития: сборник статей участников Международной научно-практической конференции / Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Арзамасский филиал; Под общей редакцией С.В. Мироновой, С.В. Напалкова. 2016. – 387 с.

ABOUT APPLIED RESULTS OF PRODUCTIVE MATHEMATICAL ACTIVITIES OF PUPILS WHEN PASSING TASKS OF WEB QUEST

S.V. Napalkov

In article the applied result of the productive mathematical activities organized by means of thematic educational Web quests is described. Contents of projects as applied results of productive mathematical activities of pupils are given when passing tasks of thematic educational Web quest on the subject «Amount of the First Members of a Geometrical Progression».

Keywords: applied results, productive mathematical activities, thematic educational Web quest.

Статья подготовлена по результатам научно-исследовательской работы № 2954: Видовое многообразие задачных конструкций продуктивного обучения математике, выполняемой в рамках базовой части государственного задания в сфере научной деятельности по заданию №2014/134.

СОВОКУПНОСТЬ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫХ ПРОДУКТИВНЫХ ЗАДАЧ КАК СРЕДСТВО ПОВЫШЕНИЯ ИНТЕРЕСА К МАТЕМАТИКЕ УЧАЩИХСЯ 5-6 КЛАССОВ

Л.Ю. Нестерова¹, Л.Ю. Устюжанина²

¹Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Арзамасский филиал, физико-математический факультет, кафедра физико-математического образования, кандидат педагогических наук, доцент

Россия, 607220, Нижегородская обл., г. Арзамас, ул. К. Маркса, д. 36
Тел.: 89200403988, e-mail: lar.nesterowa2011@yande.ru

²МБОУ «Школа №16», учитель 1 категории
Россия, 607190, Нижегородская обл., г. Саров, ул. Герцена, д. 5

В статье описывается использование специализированных продуктивных задач на внеурочных занятиях по математике общеобразовательной школы. Приведена конкретная совокупность задач такого типа при изучении темы «Признаки делимости» в 5 классе.

Ключевые слова: внеурочные занятия по математике, интерес к математике, задачи.

Важной для современной школы является проблема развития творческих способностей учащихся. Педагоги, исследователи [1-7] предлагают разнообразные методы и формы, нацеленные на развитие познавательных возможностей учащихся. Однако, к седьмому классу наблюдается снижение интереса к математике у одной третьей класса учеников.

Укажем основные причины происходящего:

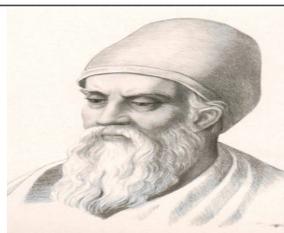
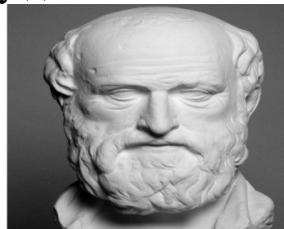
- отсутствие навыков самостоятельной работы учащихся с дополнительной литературой (учащиеся воспринимают Интернет-ресурсы как основной источник знаний, порой не анализируют получаемую информацию);
- формальное изучение материала учащимися, отсутствие практической направленности в получении новых знаний;
- умственный труд сложный, многогранный процесс, требующий кропотливой, серьезной, длительной деятельности учащихся;
- отсутствие систематического контроля и самоконтроля за усвоением математических знаний;
- уровень развития познавательных процессов, лежащих в основе развития мышления учащихся: внимание, память, воображение (именно эти качества, по данным психологов, являются основой продуктивного мышления) не соответствует восприятию и усвоению школьного материала по математике.

Встает вопрос: «Как организовать деятельность учащихся в школе, чтобы устранить указанные выше причины снижения интереса в математике, приучить учащихся мыслить самостоятельно, привить им твердую привычку, надеяться в разрешении возникающих затруднений на собственные силы и разум, а также воспитать уверенность в практической неограниченности своих возможностей?».

Эффективным средством в решении этого вопроса является создание и

внедрение совокупности специализированных задач по математике для учащихся 5-6 классов. Рассмотрим на примере одной из наиболее распространенных тем факультативных занятий по математике в 5 классах «Признаки делимости».

Задача №1. Укажите фамилию и сферу деятельности следующих ученых:



Задача №2. Дополните биографию Блеза Паскаля: Блез Паскаль жил в ____ веке, первый трактат по математике написал в возрасте ____ лет. В 24 года он сконструировал механическую _____ машину, прообраз арифмометра. Блез Паскаль нашел алгоритм для нахождения _____, сформулировал _____ коэффициентов, изложил ряд основных положений элементарной теории вероятности, впервые точно определил и применил для доказательства _____.

Задача №3. Сформулируйте признак делимости Паскаля для любого натурального числа:

Натуральное число a _____ другое натуральное число b только в том случае, если _____ цифр числа a на соответствующие _____, получаемые при делении разрядных единиц на число b , _____ число.

Например: число 2814 делится на 7, так как $2 \cdot 6 + 8 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 4 = 35$ делится на 7. (Здесь 6-остаток от деления 1000 на 7, 2 – остаток от деления 100 на 7 и 3 – остаток от деления 10 на 7).

Задача №3. Используя признак делимости Паскаля, покажите, что число 2828 делится на 7.

Указание: так как $2 \cdot 6 + 8 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 8 = 42$ делится на 7. Здесь 6-остаток от деления 1000 на 7, 2 – остаток от деления 100 на 7 и 3 – остаток от деления 10 на 7.

Задача №4. Изучите полезные факты:

- 1) если два числа отличаются друг от друга на число кратное m , то остаток от деления этих чисел на m совпадают, и наоборот;
- 2) сумма двух чисел имеет тот же остаток от деления на m , что и сумма остатков от деления этих чисел на m ;

3) произведение двух чисел имеет тот же остаток от деления на m , что и произведение остатков от деления этих чисел на m ;

4) если произведение двух чисел, одно из которых взаимно просто с числом m , делится на m , то второе из этих чисел делится на m , и наоборот;

5) сформулируй обратное утверждение для факта 4.

Задача №5. Проверьте полезные факты на конкретных числах:

1) _____

2) _____

3) _____

5) _____

6) _____

Задача №6. На конкретных числах становите, верно ли: «Чтобы узнать, делится ли данное число на 8, достаточно проверить, делится ли на 8 число, полученное из данного отбрасываем всех цифр, кроме трех последних».

1234478

760

18080

Задача №7. Докажите признак делимости на 8.

Доказательство: _____.

Задача №8. Приведите признаки делимости на 3, на 9, на 25

на 3 _____.

на 9 _____.

на 25 _____.

Задача №9. *Не ошибся ли продавец?* Вы пришли в магазин и хотели купить 8 одинаковых ручек, несколько карандашей по 4 копейки, линейку за 9 копеек, 2 общие тетради по 18 копеек и 12 тонких тетрадей. Продавец подсчитал общую сумму стоимость товаров и попросил вас уплатить в кассу 5 рублей 27 копеек.

Решение: _____.

Задача №10. Напишите древнегреческого математика, который знал удобный способ отыскания простых чисел _____.

Опишите кратко алгоритм отыскания простых чисел этим способом.

1	②	③	4	⑤	6	⑦	8	9	10	⑪	12	⑬	14	15
16	⑰	18	⑱	20	21	22	⑳	24	25	26	27	28	㉑	30
⑳	32	33	34	35	36	㉓	38	39	40	㉕	42	㉗	44	45
46	㉙	48	49	50	51	52	㉛	54	55	56	57	58	㉝	60

Специализированные продуктивные задачи по математике позволяют охватить различные конструкции задач для учащихся младших классов, что способствует актуализации знаний, практической направленности изучаемого материала, развитию творческих способностей, контролю за использованием Интернет-ресурсов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Игнатъев Е.И. В царстве смекалки. – М.: Наука, 1979.
2. Нестерова Л.Ю., Напалков С.В. Теория чисел в примерах и задачах (учебно-методическое пособие) / Международный журнал экспериментального образования. – 2015. – №1-1. – С. 71-72.
3. Нестерова Л.Ю., Напалков С.В. Реализация проектного метода в системе высшего образования с использованием рабочей тетради // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Серия: Социальные науки. – 2015. – № 2 (38). – С. 175-181.
4. Перельман Д.И. Живая математика. Математические рассказы и головоломки / Под ред. и с дополн. И.Г. Болтянского. – 11-е изд. – М.: Наука, 1978.
5. Напалков С.В. Конструирование заданий для электронных образовательных ресурсов в соответствии с требованиями ФГОС по математике // Нижегородское образование. – 2014. – № 3. – С. 126-131.
6. Гребенев И.В., Арюткина С.В., Напалков С.В. Возможности Web-технологий в совершенствовании образовательного пространства школьников // Web-технологии в образовательном пространстве: проблемы, подходы, перспективы: сборник статей участников Международной научно-практической конференции / Под общей редакцией С.В. Арюткиной, С.В. Напалкова. – 2015. – С. 41-46.
7. Арюткина С.В., Напалков С.В. Практикум решения задач школьной математики: применение Web-квест технологии: учебно-методическое пособие. – Арзамас, 2015. – 85 с.

SET OF SPECIALIZED TASKS AS A MEANS OF INCREASING INTEREST IN MATHEMATICS PUPILS OF 5-6 CLASSES

LY Nesterov, LY Ustyuzhanina

The article describes the use of specialized tasks for extracurricular classes in secondary school mathematics. Provide a specific set of problems of this type in the study of the theme «Signs of divisibility» in 5th grade.

Tags: after-hour classes in mathematics, interest in mathematics, problem.

КРАЕВЕДЧЕСКИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ КАК СРЕДСТВО ПОПУЛЯРИЗАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ И ПРОДУКТИВНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

А.Е. Томилова¹, Т.А. Конечная²

Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова,
высшая школа информационных технологий и автоматизированных систем,

¹кафедра экспериментальной математики и математизации образования,
кандидат педагогических наук, доцент, ²магистрант

Россия, 163060, г. Архангельск, ул. Урицкого, д. 68, корп. б

Тел.: 89212916299, 89539332200, e-mail: a.tomilova@narfu.ru, okeushka@mail.ru

В статье рассматривается возможность популяризации математических знаний и продуктивности математического образования среди широких слоев населения посредством включения их в деятельность по составлению и решению краеведческих математических задач

Ключевые слова: краеведческие математические задачи, популяризация математических знаний и продуктивность математического образования

В декабре 2013 года распоряжением Правительства РФ была утверждена Концепция развития математического образования в Российской Федерации, в которой изложены проблемы развития математического образования в РФ, и первое место отведено проблемам мотивационного характера. Согласно принятой Концепции одной из важных задач развития математического образования в нашей стране выдвигается задача популяризация математических знаний и математического образования [1]. Популяризация математики может быть направлена, как на общество в целом, так и на его часть, например, подрастающее поколение, в частности, школьников. Это связано с тем, что учёные, как носители научных знаний, заинтересованы в их сохранении, развитии и приумножении. Благодаря стимуляции интереса к науке увеличивается количество людей, ею интересующихся.

Поэтому с целью повышения интереса обучающихся к традициям, культуре и истории родного края, популяризации математических знаний в Архангельской области проводится региональный конкурс по составлению краеведческих математических задач «Архангельская область в математических задачах». С информацией о конкурсе, положением и критериями оценки работ можно познакомиться на сайте конкурса [2].

На конкурс принимаются презентации, включающие:

- формулировку краеведческой математической задачи, составленной самими учащимися, либо найденной ими в архивных материалах, либо записанной со слов жителей Архангельской области в ходе этнографической экспедиции;
- решение задачи (желательно несколькими способами);
- информацию, раскрывающую источники и содержание краеведческого материала, включенного в его сюжет, а также описание вклада учащегося в по-

становку задачи.

Конкурс «Архангельская область в математических задачах» проводится уже в течение четырех лет и с каждым годом его популярность возрастает. В 2013 году на первый конкурс были представлены 32 работы и приняли участие 44 школьника 5-11 классов из 14 школ Архангельска, Северодвинска, Каргопольского и Приморского районов. К 2016 году география конкурса расширилась, и число участников значительно увеличилось. В 2016 году в конкурсе приняли участие 245 школьников 1-11 классов из 77 школ, которые представляли 7 городов и 13 районов Архангельской области. Было представлено 234 работы и составлено более 300 краеведческих математических задач.

Специфика этого конкурса состоит в том, что принять участие в нём может любой желающий школьник. Даже тот, кто не обладает высоким уровнем математической подготовки. С 2014 года в конкурсе стали принимать активное участие и учащиеся начальной школы.

В 2016 году результаты конкурса оценивались в номинациях:

- Задачи об Архангельской области в годы Великой Отечественной войны.
- Задачи о Кенозерском национальном парке.
- Задачи о храмах и монастырях Северной земли.
- Задачи о людях, прославивших Архангельскую землю.
- Задачи о тайнах и красотах Северной земли.
- Задачи об истории освоения Арктики.

Приведём примеры задач победителей и призёров конкурса в различных номинациях.

Задача 1. «В фонд обороны Родины».

За годы войны жители Ленского района активно участвовали в перечислении средств в фонд обороны Родины. В 1941 году было перечислено 15% общей суммы, в 1942 году – 52%, в 1944 году – 4%, в 1945 году – 0,6%. Сколько всего средств поступило за годы войны с 1941 по 1945 годы, если в 1942 году средств поступило на 407 тыс. руб. больше, чем в 1941 году? Постройте круговую диаграмму, иллюстрирующую поступление средств с 1941 по 1945 годы.

(Автор – Литвиненко Д., 7 класс, «Козьминская СШ», Ленский район)

Задача 2. «Озёра Кенозерского национального парка».

Площадь Кенозера больше площади Лекшмозера на 45 км². Их общая площадь составляет примерно 75,8 % от общей площади водоемов в Кенозерском национальном парке. Найдите площади Кенозера и Лекшмозера, если общая площадь водоёмов – 20,3 тысяч га. (Результат округлите до десятых кв.км).

(Автор – Дружинин З., 6 класс, МБОУ «Угреньская ОШ № 10», Вельский район)

Задача 3. «Соденьгская Спасо-Преображенская церковь».

Соденьгская Спасо-Преображенская церковь находится от города Вельска в 112 верстах, с западной, южной и восточной стороны её обтекает река Соденга. С севера прилегает к ней деревня Спасская. Спасо-Преображенская церковь является одной из главных достопримечательностей Устьянского района.

Какую площадь занимает Соденьгская Спасо-Преображенская церковь, если ее длина составляет 19 сажень, а ширина – 8 сажень? Сажень – это старинная русская мера длины, равная 2,134 м. Ответ округлите до единиц

(Автор – Ручьев Д., 5 класс, МБОУ «Октябрьская средняя общеобразовательная школа № 2» Устьянского района).

Задача 4. «К 100-летию запуска трамвая в Архангельске»

Городская дума в 1911 году решила организовать в Архангельске трамвайное движение. Городской голова Яков Лейцингер заказал проект с расчетами доходов и расходов. Проектом предполагался годовой расход на кондукторов 12600 руб., а на контролеров – 3240 руб. Одному кондуктору и одному контролеру предполагалось платить в год 960 руб. Сколько предполагалось по проекту нанять контролеров и кондукторов, если кондукторов думали нанять на 24 больше?

(автор – Гусейнов Э., 9 класс, МБОУ «СШ № 1» г. Архангельск)

Задача 5. «Стоянка древних жителей».

В 2007 году экспедиция под руководством известного археолога А. Я. Мартынова открыла стоянку древних жителей Устья, названную членами экспедиции «Некрасовская 1». В данной экспедиции принимали участие не только студенты ПГУ, но и устьянские школьники. Поселение 2-1 тысячелетия до н. э. состояло из трех жилищ. Жилище №1 отличалось от жилища №3 на 18 м², а их сумма составляла 46 м². Площадь жилища №2 на 50% больше, чем площадь наименьшего. Найдите площадь каждого жилища.

(Автор – Надеева М., 6 класс, МБОУ «Октябрьская СШ № 1», Устьянский район)

Задача 6. «Из истории освоения Арктики».

Ненецкий художник и писатель, исследователь Новой Земли Тыко Вылка в 1907 году отправился по побережью Карского моря в самостоятельный поход. В первый год он продвинулся на 50 верст, на второй – 220, на третий – 500. На сколько верст больше он преодолел в третий год своего плавания, чем во второй? Какой путь прошёл Т. Вылка за три года?

(Автор – Овчинникова У., 2 класс, МОУ «Заречная начальная школа – детский сад», Каргопольский район)

По первоначальному замыслу этот конкурс должен быть стать формой популяризации математики среди школьников. Но результаты превзошли ожидания. Оказывать помощь учащимся в составлении краеведческих задач взялись не только учителя математики, но и учителя истории, географии, литературы, родители и старшие братья и сёстры учащихся, студенты. При составлении задач использовались факты из истории семьи, летних путешествий по родному краю, памятных событий, воспоминаний представителей старшего поколения. Такие задачи представляют наибольший интерес. Составлялись задачи и по мотивам тематик уроков истории, географии, литературы и т.п.

Задачи участников первого конкурса «Архангельская область в математических задачах» стали в 2014 году содержательной основой нового конкурса

– конкурса по решению краеведческих математических задач «Реши задачу – узнай об Архангельском крае», организаторами которого стали магистранты и преподаватели кафедры методики преподавания математики. В конкурсе приняли участие студенты четырех институтов Северного (Арктического) федерального университета имени М.В. Ломоносова.

В 2015 году конкурс снова получил неожиданное продолжение. 8 мая 2015 года в Архангельском областном краеведческом музее проводилась Всероссийская акция «Победная ночь», в проведении которой участвовали студенты и преподаватели института математики, информационных и космических технологий САФУ имени М.В. Ломоносова. В рамках этой акции в историко-архитектурном комплексе «Архангельские Гостиные дворы» жителям города предлагалось решить задачи, составленные участниками конкурса в номинации «Задачи об Архангельской области в годы Великой Отечественной войны». В дальнейшем эта работа была продолжена в рамках мероприятий «Ночь музеев» и «Детский день музеев».

Мы планируем в дальнейшем не только привлекать жителей города к решению краеведческих математических задач, но и к их составлению. Для этого возможно расширение возрастных рамок конкурса «Архангельская область в математических задачах».

ЛИТЕРАТУРА

1. Концепция развития математического образования в Российской Федерации [утв. распоряжением Правительства РФ 24 декабря 2013 г.] URL: <http://www.rg.ru/2013/12/27/matematika-site-dok.html>.
2. Областной конкурс краеведческих математических задач «Архангельская область в математических задачах» URL: <http://itprojects.narfu.ru/arhkonk/>.

LOCAL HISTORY OF MATHEMATICAL TASKS AS MEANS OF THE POPULARIZATION OF MATHEMATICS KNOWLEDGE AND MATHEMATICS EDUCATION

A.E. Tomilova, T.A. Konechnaya

The article discusses the possibility of popularization of mathematics knowledge and mathematics education among wider population by including them in activity of compilation and solving local history mathematical tasks.

Keywords: local history mathematical tasks, popularization of mathematics knowledge and mathematics education

РАЗВИТИЕ КРИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ КАК СОСТАВЛЯЮЩАЯ ПРОДУКТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ

И.А. Афанасьева

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Арзамасский филиал, физико-математический факультет, студентка
Тел.: 89200541516, e-mail: irishka2009inbox@mail.ru

В статье рассмотрено оптимальное решение приоритетной задачи современной школы – развитие у школьников критического мышления. Описана структура ТРКМ, приведены примеры стратегий и приемов, которые могут быть использованы для достижения продуктивных результатов. Кроме этого, представлен фрагмент урока с использованием одного из приемов данной технологии.

Ключевые слова: критическое мышление, структура технологии, продуктивное обучение, урок математики.

Концепция модернизации российского образования на период до 2010 года определяет цели общего образования на современном этапе. Она подчеркивает необходимость «ориентации образования не только на усвоение обучающимся определенной суммы знаний, но и на развитие его личности, его познавательных и созидательных способностей. Общеобразовательная школа должна формировать целостную систему универсальных знаний, умений и навыков, а также самостоятельной деятельности и личной ответственности обучающихся, то есть ключевые компетентности, определяющие современное качество образования» [6].

Главной задачей современной школы, требующей безотлагательного решения, является не овладение учащимися определенным набором знаний, умений, навыков, а воспитание думающей, внутренне свободной личности, способной формировать, и аргументировано отстаивать собственную точку зрения, ставить перед собой цели и находить эффективные пути их достижения.

Поэтому оптимальным способом решения поставленной задачи является развитие у школьников критического мышления. Учащийся, который может мыслить критически, владеет разнообразными способами интерпретации и оценки информации, способен выделять в тексте противоречия и типы присутствующих в нем структур, точно, грамотно и ясно обосновывать свою точку зрения, опираясь не только на логику, но и на представления собеседника.

Согласно федеральному государственному образовательному стандарту изучение математики в основной школе в направлении личностного развития нацелено на «развитие логического и критического мышления, культуры речи, способности к умственному эксперименту» [7].

Вышесказанное определяет актуальность задачи исследования: поиск путей и средств формирования критического мышления школьников на уроках математики как основной, так и средней школы. Покажем, что одним из путей

решения поставленной задачи является, как раз, применение технологии развития критического мышления на занятиях по математике.

В настоящее время существует множество определений понятия «критическое мышление» как в отечественной, так и в зарубежной литературе.

Например, Джуди А.Браус и Дэвид Вуд определяют критическое мышление как разумное рефлексивное мышление, сфокусированное на решении того, во что верить и что делать [1].

Дайана Халперн – автор книги «Психология критического мышления» – определяет это понятие следующим образом: «...Использование таких когнитивных навыков и стратегий, которые увеличивают вероятность получения желательного результата. Отличается взвешенностью, логичностью и целенаправленностью. Другое определение – направленное мышление» [5].

По мнению нашего соотечественника М.В.Кларина «критическое мышление представляет собой рациональное, рефлексивное мышление, которое направлено на решение того, чему следует верить или какие действия следует предпринять. При таком понимании критическое мышление включает как способности (умения), так и предрасположенность (установки)» [2].

А сами авторы технологии – Темпл Ч., Мередит К., Стил Дж. – дали следующее определение: «Думать критически означает проявлять любознательность и использовать исследовательские методы: ставить перед собой вопросы и осуществлять планомерный поиск ответов. Критическое мышление работает на многих уровнях, не довольствуясь фактами, а вскрывая причины и следствия этих фактов. Критическое мышление предполагает вежливый скептицизм, сомнения в общепринятых истинах, означает выработку точки зрения по определенному вопросу и способность отстоять эту точку зрения логическими доводами. Критическое мышление предусматривает внимание к аргументам оппонента и их логическое осмысление. Критическое мышление не есть отдельный навык или умение, а сочетание многих умений» [4].

Таким образом, можно говорить о том, что критическое мышление – это особый вид интеллектуальной деятельности человека, который характеризуется высоким уровнем восприятия, понимания, объективности подхода к окружающему его информационному полю.

Развитие критического мышления как технология – это интеллектуально организованный процесс, направленный на активную деятельность по осмыслению, применению, анализу, обобщению или оценке информации. Причем информация может быть получена или создана путем наблюдения, опыта, рефлексии, рассуждений или в ходе обсуждения той или иной темы.

Технология развития критического мышления была разработана американскими педагогами Д. Стил, К. Мередит, Ч.Темпл в конце XX века. В Россию технология пришла только в 1997 году и ее изучение связывают с именами М.В. Кларина, С.И. Заир-Бека, И.О. Загашева, И.В. Муштавинской.

При анализе материала учебников математики выясняется, что применение технологии развития критического мышления зависит от теоретического

материала, представленного в учебниках. Достаточно сложно представить себе применение ТРКМЧП к математическому материалу. Данная технология подразумевает работу с текстовой информацией через чтение и письмо. Математика – это точная наука, связанная непосредственно с цифрами и счетом. Поэтому большого количества теоретического материала, который был бы одновременно полезен для учащихся и эффективно применим в условиях данной технологии, недостаточно. Но, несмотря на это, использование ТРКМ возможно.

Данная технология имеет трехстадийную структуру: стадия вызова, стадия осмысления и стадия рефлексии. Существует множество приемов, методов и стратегий проведения занятий в технологии развития критического мышления.

Например, на стадии вызова необходимо использовать приемы, позволяющие не только актуализировать и обобщить имеющиеся у учащихся знания по теме, но и пробуждающие интерес к изучаемой теме. К ним можно отнести такие приемы, как «Верные и неверные предложения», «Корзина идей», «Дерево предсказаний» и т.д.

На стадии осмысления происходит осознание и понимание новой информации, поэтому приемы этого этапа должны способствовать активному получению и усвоению новой информации школьником – «INSERT», «Плюс – Минус – Интересно» и многие другие.

После изучения новой информации учащимся нужно провести самоанализ своей деятельности. То есть становится необходимым проведение рефлексии. Здесь важно обобщить полученную информацию и выявить «белые пятна», образовавшиеся у учащихся в ходе изучения новой темы, поэтому приемы этой стадии носят оценочно-рефлексивный характер. К ним относят – «Синквейн», «Эссе», «Закончи предложения» и другие. Кроме того, на данном этапе обязательно использование приемов систематизации и обобщения информации – «Концептуальные таблицы», «Кластер» и другие.

В качестве примера использования данной технологии рассмотрим урок математики в 6 классе на тему «Длина окружности. Формула длины окружности», разработанного в технологии развития критического мышления.

Задачи урока:

образовательные – формулировать такие геометрические понятия как окружность, радиус окружности, ее хорда и диаметр; изучить формулу длины окружности; формировать понятия числа π ; прививать учащимся умения работать в группах и индивидуально;

развивающие – развивать познавательный интерес учащихся в процессе ознакомления с историческим материалом; способствовать формированию критического мышления;

воспитательные – воспитывать математическую культуру школьников; воспринимать текст с учетом поставленной учебной задачи, находить в тексте информацию, необходимую для решения.

На стадии рефлексии возможно использование такого приема, как «Ро-

машка Блума».

Каждая пара учеников выбирает задачу, используя «Ромашку Блума». Решение обсуждается в парах, коротко записывается в тетрадь.

Задачи:

1) первый лепесток – №847 из учебника: найдите длину окружности, радиус которой равен 24 см; 4,7 дм; 18,5 м. Число π округлите до сотых [3].

Решая данную задачу, учащиеся применяют те опорные знания, которые должны были быть усвоены на занятии.

2) второй лепесток – задание: почему длина окружности с диаметром 5 см будет равна длине окружности с радиусом 2,5 см?

Обобщая информацию об окружности и ее диаметре, ученики демонстрируют уровень понимания изученной темы.

3) третий лепесток – задание: как вы считаете, как изменится длина окружности, если ее радиус увеличится в 2 раза; диаметр уменьшится в 4 раза?

Для того, чтобы решить задание данного типа, учащимся необходимо оценить ситуацию и сделать «прогноз» на изменение длины окружности.

4) четвертый лепесток – задание: сравните диаметры двух окружностей, если длина первой окружности 62 см, а второй – 53 см.

Для выполнения задания четвертого лепестка, учащимся необходимо сравнить диаметры двух окружностей, то есть применить навыки анализа.

5) пятый лепесток – задание: как вы думаете, во сколько раз изменится длина окружности, если увеличить ее первоначальный радиус в 3 раза?

Только обобщив всю информацию, полученную на уроке, учащиеся справятся с заданием пятого лепестка «Ромашки Блума».

6) шестой лепесток – задание: диаметр колеса тепловоза равен 180 см. За 2,5 мин колесо сделало 250 оборотов. С какой скоростью идет тепловоз?

Рассуждая, оценивая и применяя знания, полученные не только на уроке по теме, но и актуализировав знания прошлых занятий, задача будет решена.

Таким образом, при решении задач учащиеся показывают, как была понята тема. Учитель, в свою очередь, определяет пробелы в знаниях учащихся, моделирует дальнейшее изучение материала.

Важно отметить, что основное достоинство технологии – включенность всех учащихся в работу на занятии.

Таким образом, применение ТРКМ на занятиях является не только современной, но и эффективной образовательной технологией, позволяющей привнести что-то новое в способ обучения предмету. Приемы и стратегии технологии позволяют работать даже с математическим материалом. ТРКМЧП позволяет достичь требуемых результатов согласно ФГОС по математике, а именно:

1) формировать умение работать с математическим текстом: извлекать необходимую информацию, анализировать материал;

2) способствовать развитию критичности мышления;

3) формировать умение точно, грамотно и ясно формулировать свои мысли, строить устную речь.

ЛИТЕРАТУРА

1. Загашев И.О., Заир-Бек С.И. Технология развития критического мышления: перспективы для высшего образования. – СПб: Скифия, 2002. – 282 с.
2. Кларин М.В. Инновационные модели обучения в зарубежных педагогических поисках: пособие/ Кларин М.В. – М.: Арена, 1994. – 223 с.
3. Математика. 6 класс: учеб. для общеобраз. учреждений. / [Н.Я.Виленкин и др]. – 25-е изд., стер0. – М.: Мнемозина, 2009. – 288 с.
4. Темпл Ч., Мередит К., Стил Дж. Чему учатся дети: свод основ: пособие. / Темпл Ч., Мередит К., Стил Дж. – М: Открытое общество, 2002. – 105 с.
5. Халперн Д. Психология критического мышления. – СПб: Питер, 2000 – 512 с.
6. Минобразование России. Концепция модернизации российского образования на период до 2010 года от 11.02.2002 №393 [Электронный ресурс] // . – URL: http://www.edu.ru/db/mo/Data/d_02/393.html (Дата обращения: 29.09.2016)
7. Программа по математике 5 – 9 классов. ФГОС. [Электронный ресурс] // . – URL: https://docviewer.yandex.ru/?url=http%3A%2F%2Fcpk.edu35.ru%2Findex.php%3Fgid%3D1267%26Itemid%26option%3Dcom_docman%26task%3Ddoc_download&name=index.php%3Fgid%3D1267%26Itemid%26option%3Dcom_docman%26task%3Ddoc_download&lang=ru&c=5801eb27513b (Дата обращения: 25.09.2016)

DEVELOPMENT OF CRITICAL THINKING OF SCHOOLBOYS AT LESSONS OF MATHEMATICS

I.A. Afanasyeva

Short abstract: In the article the optimal solution a priority task of the modern school - the development of students' critical thinking. TRKM described structure, examples of strategies and techniques that can be used to achieve the results. Furthermore, the fragment of the lesson using one of the methods of this technology.

Keywords: critical thinking, technology, structure, stage techniques, mathematics lesson in TRKM.

О ПРОДУКТИВНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ В ДИАЛОГИЧЕСКОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ

О.А. Багина

Кировское областное государственное образовательное автономное учреждение дополнительного профессионального образования «Институт развития образования Кировской области», кафедра дошкольного и начального общего

образовании, старший преподаватель

Россия, 610046, г. Киров, ул. Р. Ердякова, д. 23/2

Тел.: 89127161707, e-mail: or_1978kirov@mail.ru

В статье рассматриваются вопросы математического развития младших школьников как основы для овладения ими универсальными учебными действиями, эффективность диалогического взаимодействия педагога и обучающихся.

Ключевые слова: математическое развитие младших школьников, диалогическое взаимодействие, универсальные учебные действия

Актуальность заявленной темы обусловлена тем, что в соответствии с ФГОС НОО, педагогам, начиная с первого класса, необходимо формировать универсальные учебные действия младших школьников, умения продуктивно мыслить и взаимодействовать с учителем и сверстниками.

Математическое развитие младших школьников является основой для формирования универсальных учебных действий. В процессе изучения математики происходит формирование мыслительных операций анализа, синтеза, обобщения, классификации, логического мышления в целом, что становится необходимым для учебной деятельности и в любой другой области знаний. Одной из задач математического образования является ознакомление обучающихся с соотношениями между явлениями реального мира и его математическими моделями, практическое обучение построению математических моделей. Посредством использования знаково-символического моделирования школьники познают математические понятия, отношения, зависимости, конструируют разные способы решения задач. Важнейшее общеучебное умение – решать проблемы и задачи – также осваивается обучающимися при изучении математики. Общий приём решения задач включает: знания этапов решения (процесса), методов (способов) решения, типов задач, оснований выбора способа решения, а также владение предметными знаниями. Усвоение общего приёма решения задач позволит учащимся самостоятельно анализировать и решать различные типы задач. Математическое содержание позволяет развивать и организационные умения: планировать этапы предстоящей работы, определять последовательность учебных действий, осуществлять контроль и оценку их правильности, поиск путей преодоления ошибок. В процессе обучения математике школьники учатся сотрудничать: договариваться, обсуждать, приходить к общему мнению, распределять обязанности по поиску информации, проявлять инициативу и самостоятельность. Перечисленные универсальные умения являются необходимыми предпосылками формирования продуктивной деятельности учеников по

самостоятельному созданию алгоритмов решения проблем творческого и поискового характера, становления самостоятельной творческой учебной деятельности. Занимательность и разнообразие сюжетов, проблемность в поиске решений, конструирование нового для субъекта знания или способа деятельности побуждают мотивацию к ведению продуктивного учебного диалога [1].

Однако приоритет формирования предметных результатов на уроках приводит к проблеме недостаточной работы, связанной с применением, преобразованием, интеграцией предметных умений в нестандартных заданиях и задачах, что усилило бы развивающий эффект математики. Большой вклад в формирование УУД в целом, в математическое развитие школьников в частности, вносят занятия в рамках внеурочной деятельности, дополнительного образования. Одной из программ, нацеленных на математическое развитие младших школьников, является программа для первоклассников «От игры к познанию» (автор-составитель О.А. Багина).

При реализации данной программы ведется работа по формированию личностных результатов: учебно-познавательного интереса к новому учебному материалу и способам решения новой задачи, способности к оценке своей учебной деятельности.

В сфере метапредметных результатов ведется работа по формированию умений слушать учителя (сверстников, в дальнейшем себя), выполнять инструкцию, удерживать цель работы, осуществлять пошаговый контроль, работать по образцу, координировать мелкую моторику, осуществлять логические действия (анализ, сравнение, синтез и др.), рассуждать логически, выявлять закономерности, аналогии, устанавливать причинно-следственные связи, контролировать свои действия, регулировать темп своей работы, подстраиваться под общий темп работы класса.

В сфере предметных результатов ведется работа по формированию и совершенствованию умений:

- устанавливать закономерность – правило, по которому составлена последовательность чисел (фигур), составлять последовательность по заданному или самостоятельно выбранному правилу;

- группировать числа (фигуры) по заданному или самостоятельно установленному основанию (правилу); классифицировать числа (геометрические фигуры) по нескольким основаниям, объяснять свои действия;

- выполнять устно сложение, вычитание однозначных, двузначных чисел;

- анализировать задачу, устанавливать зависимость между величинами, взаимосвязь между условием и вопросом задачи, планировать ход решения задачи, оценивать правильность хода решения и реальность ответа на вопрос задачи, находить разные способы решения задачи;

- характеризовать взаимное расположение предметов в пространстве и на плоскости;

- распознавать, называть, изображать геометрические фигуры (точка, линия, отрезок, многоугольник, треугольник, прямоугольник, квадрат, круг); рас-

познавать, различать и называть пространственные геометрические фигуры: куб, шар, параллелепипед;

- читать, заполнять несложные готовые таблицы, работать с информацией, представленной в разных формах (таблица, текст, схема, рисунок);

- понимать простейшие выражения, содержащие логические связки и слова («верно/неверно, что...», «каждый», «все», «некоторые», «не»); устанавливать истинность (верно, неверно) утверждений о числах, величинах, геометрических фигурах.

Опишем психолого-педагогические идеи, заложенные в основу программы.

1. Учет возрастных особенностей мышления первоклассников. Последовательный переход от наглядно-образного мышления (ведущего в данном возрасте) к наглядно-схематическому и к словесно-логическому, что является важнейшей психолого-педагогической базой математического развития младших школьников (А.В. Белошистая). Например, работа с графическими диктантами ведется в следующей последовательности: по образцу, по схеме, по словесной инструкции; декодирование (рисование узора по схеме, по тексту) – кодирование (шифровка детьми узора в таблице) и др.

2. От коллективной работы через групповую (парную) к индивидуальной самостоятельной работе. В соответствии с теоретическими взглядами Л.С. Выготского, овладение любой психической функцией, умственным действием идет «извне – внутрь» от коллективной деятельности к индивидуальной.

3. Реализация идеи эвристического (проблемного) обучения А.В. Хуторского «Обо всем, что хотите сказать ученикам, сначала спросите у них!»

В соответствии с двумя последними идеями основу работы на занятиях составляет диалогическое взаимодействие учителя с учениками, учеников в группах, парах, внутренний диалог ученика с самим собой по поводу учебного задания. Ценность диалогического взаимодействия в том, что осуществляется и познавательная деятельность, и межличностное взаимодействие участников. Диалог выступает как способ осознания, рефлексии обучающимися собственного познавательного результата деятельности, интеллектуального приращения в процессе столкновения мнений, точек зрения, разрешения проблем в образовательном процессе [2].

Программа составлена на основе материалов популярных пособий известных авторов по развитию познавательных способностей младших школьников и содержит нестандартные задания и задачи, которые отобраны и структурированы в целях создания условий для получения первоклассниками опыта решения разнообразных по содержанию, форме заданий и задач.

В соответствии с возрастными особенностями мышления первоклассников в начале работы преобладают задания на наглядно-образной основе (например, предметные рисунки, абстрактные рисунки в серии однотипных, но усложняющихся, заданий В.Б. Эдигея (занятия 4-24) и др.). Затем постепенно

появляются задания, требующие активизации взаимосвязанной работы наглядно-образного, наглядно-схематического и словесно-логического мышления (например, «Перестановки», «Передвижения» и другие игры А.З. Зака, матрицы Дж. Равена, последовательность событий по картинкам В. Сутеева, олимпиадные задания, содержащие иллюстрацию и текст и др.). Работа на уровне словесно-логического мышления ведется в текстовых задачах, в играх А.З. Зака – «Раньше, позже», «Так же, как...», «Что подходит?» и т.д., в задачах конкурса «Кенгуру» и др.

На первых занятиях целенаправленно включены легкие задания, чтобы создать ситуацию успеха, положительную мотивацию для следующих занятий. Еще одной целью включения доступного материала является то, что каждый ученик усваивает, отрабатывает алгоритм (общий прием) работы на материале простого задания: послушать или прочитать инструкцию, анализировать информацию (картинку, схему, текст), подумать, как действовать, затем выполнить задание, синтезировать ответ, оформить ответ (отметить, обвести, соединить, раскрасить, записать – что часто ученики забывают делать), проверить правильность действий, проконтролировать себя. А также в тетрадях включено много простых текстовых логических задач, которые первоклассники могут решать устно. Но цель включения данных задач – обучение первоклассников составлению разных моделей задачи, которые помогают ребенку «мыслить с карандашом в руке». В дальнейшем ведется работа с заданиями повышенного уровня трудности.

Учитель в проведении занятий может использовать развивающий потенциал каждого задания в соответствии с конкретными педагогическими ситуациями, создающимися на занятиях. Проблемные вопросы, ловушки, объяснение значений слов и другие приемы помогут активизировать детское мышление и включить всех детей в продуктивный диалог. Ошибочные ответы детей – дополнительный повод для деликатной дискуссии по поводу задания и естественная ситуация для проявления поддержки и взаимопомощи ребят друг другу. В однотипных усложняющихся заданиях в дальнейшем будут исключены инструкции – это возможность развития умения формулировать задание, познавательную задачу. Нумерация в тетрадях представлена по-разному (цифрами, буквами, знаками), что способствует развитию умения ориентироваться в пространстве листа, текста.

Оценочная деятельность учащихся становится неотъемлемым компонентом современного урока, занятия. Чтобы обучающиеся успешно овладевали оценочной деятельностью, необходимы эталоны правильных ответов (на доске, экране), понятные учащимся критерии оценки, пошаговое руководство учителя. В курсе «От игры к познанию» предусмотрен переход к оценочной самостоятельности первоклассников через фронтальное руководство учителя оценочной деятельностью и совместное оценивание в группах и парах.

В качестве форм контроля и оценки результатов реализации программы включены диагностические работы (стартовая, промежуточная, итоговая диа-

гностики), включающие задания на проверку тех метапредметных и некоторых предметных умений, которые важны для математического развития (указаны выше). Результаты выполнения диагностических работ позволяют качественно и количественно оценить формируемые умения первоклассников. Например, в 2014-2015 учебном году в стартовой диагностической работе было выявлено, что примерно 30 % обучающихся имеют средний уровень развития проверяемых умений, около 50% обучающихся – уровень ниже среднего, у остальных – низкий уровень. В итоговой диагностической работе 28% первоклассников показали средний уровень развития диагностируемых умений, 60 % – уровень выше среднего, 12 % – высокий уровень. Рост успешности выполнения диагностических работ за весь срок обучения (8 месяцев) по данной программе составил от 13% до 63%. По наблюдениям педагога выявлено, что первоклассники становятся более активными, участвуют в диалоге на каждом занятии, с интересом выполняют разные задания, формулируют и доказывают свою точку зрения. Данная программа эффективно реализуется уже несколько лет (Школа развития КФМЛ), о чем свидетельствуют положительная динамика развития математических и универсальных умений обучающихся и успешность выполнения ими диагностических работ.

Математическое развитие обучающихся является важной основой овладения ими универсальными учебными действиями, и достаточно эффективно это происходит посредством организации диалогического взаимодействия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Багина, О.А. О развитии математического творчества в начальной школе // Педагогические технологии математического творчества. Сборник статей участников международной научно-практической конференции/ Науч. ред. М. И. Зайкин: АГПИ им. А.П. Гайдара. – Арзамас: АГПИ, 2011. – С. 79-83.

2. Багина, О.А. Формирование коммуникативных компетенций учащихся начальной школы в условиях реализации ФГОС: учебно-методическое пособие / О.А. Багина. – Киров: ИРО Кировской области. – Киров: ООО «Типография «Старая Вятка», 2015. – 118 с.

ABOUT MATHEMATICAL DEVELOPMENT OF YOUNGER STUDENTS IN THE DIALOGUE INTERACTION

O.A Bagina

The article is devoted to the issue of the mathematical development of younger students as a basis for formation of universal learning activities, the effectiveness of the dialogue interaction in the educational process.

Keywords: the mathematical development of younger students, universal learning activities, the dialogue interaction.

О ПРОЕКТНЫХ ЗАДАНИЯХ ПО МАТЕМАТИКЕ КАК СРЕДСТВЕ ОРГАНИЗАЦИИ ПРОДУКТИВНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

М.В. Валова

МОУ СОШ №2 им. А.С. Пушкина г. Арзамаса, учитель математики
Россия, 607230, Нижегородская обл., г. Арзамас, ул. Парковая, д. 16/1
Тел.: 88314774078, e-mail: mv-valova@yandex.ru

В статье описывается организация продуктивной деятельности при обучении математике учащихся 5-11 классов. Рассматриваются вопросы организации продуктивной математической деятельности с помощью включения школьников в процесс выполнения учебных проектов различных видов. Особое внимание уделяется проектным заданиям по математике как основному средству организации продуктивной деятельности.

Ключевые слова: проектные задания по математике, продуктивная деятельность.

Модернизация российского образования способствует развитию инновационных процессов в школах, внедрению новых методов обучения, отличающихся от традиционных. Необходимость реализации требований Федерального государственного образовательного стандарта начального общего образования, достижения метапредметных и личностных результатов, развития у обучающихся способности ориентироваться в окружающей действительности приводит к необходимости использования при изучении многих предметных областей инновационных форм, средств и методов обучения, в частности, интерактивных и продуктивных методов, при которых ученик перестает быть пассивным слушателем и зрителем, а становится активным участником образовательного процесса, что позволяет повысить его мотивацию к учению и приблизить изучаемый материал к повседневной жизни детей.

Одним из наиболее продуктивных методов является метод проектов. По мнению В.В. Капыловой: «Метод проектов - целенаправленная, в целом самостоятельная деятельность учащихся, осуществляемая под гибким руководством учителя, направленная на решение исследовательской проблемы и на получение конкретного результата в виде материального и идеального продукта».

В процессе выполнения проектов школьники быстро осваивают разные группы источников информации и привыкают активно пользоваться ими. Начиная с работы над первыми проектами, ученики с большой долей самостоятельности создают некий алгоритм поиска информации под названием «Где можно узнать?».

История метода проектов связана с именами Д. Дьюи, В. Килпатрика, Э. Коллингса, а в отечественной педагогике – с именами С.Т. Шацкого, И.Ф. Сладковского. Обоснование современного метода проектов базируется на научных идеях В.В. Гузеева, М. Кноль, М.А. Петухова, Г.К. Селевко, И.С. Якиманской и др. Авторы предлагают строить обучение на активной основе, через практическую деятельность ученика, ориентируясь на его личный интерес и практическую востребованность полученных знаний в дальнейшей жизни.

Сегодня метод проектов успешно развивается и приобретает все боль-

шую популярность за счет рационального сочетания теоретических знаний и их практического применения для решения конкретных проблем. «Я знаю, для чего мне надо все, что я познаю. Я знаю, где и как я могу это применить» – вот основной тезис современного понимания метода проектов. В практике обучения математике встречаются следующие виды проектов: учебные, исследовательские, игровые, информационные, внеклассные.

Учащиеся интересуются исследовательской работой. Исследование помогает им вырабатывать навык самостоятельной творческой работы, развивает умение внимательно читать публикации по теме, отбирать материал, работать со ссылками, планировать и проводить эксперимент, обобщать полученные результаты, делать выводы. При использовании проектных заданий меняется роль ученика. Из пассивного потребителя фактографической учебной информации или участника проблемно поставленной учебной ситуации ученик переходит на новый, более высокий уровень получения знаний. Различные творческие задания по математике учителя предлагают уже в 5-х классах. Школьники пробуют выполнить различные работы:

- составление кроссвордов и ребусов после изучения темы, например:



- написание сочинений и сказок по пройденной теме;
- составление задач по образцу;
- исследование исторических вопросов;
- изготовление моделей геометрических тел;
- выполнение домашних опытов.

Разные по тематике и содержанию мероприятия проводятся в тематические недели. Продуктивный характер носят фотовыставки «Геометрия вокруг нас», конкурсы «Задачи в картинках», «Мой класс в числах», «Красота и величие математики».

Проектная деятельность учащихся – одна из важнейших составляющих образовательного процесса. В ходе выполнения проектных заданий учащийся оказывается вовлеченным в активный познавательный творческий процесс на основе методики сотрудничества. Он погружен в процесс выполнения творческого задания, а вместе с ним и в процесс получения новых и закрепления старых знаний по предмету, в рамках которого и проводится проект.

Кроме того, ученик вместе с учителем выполняет собственный проект, решая какую-либо практическую, исследовательскую задачу. Включаясь, таким образом, в реальную деятельность, он овладевает новыми знаниями.

Использование методов проектов и исследовательской деятельности позволяет повысить эффективность учебного процесса, дает возможность интенсифицировать процесс обучения, сделать его более интересным, ярким, а также позволяет выйти на новый интерактивный уровень обучения. Технологии про-

ектов и исследовательской деятельности демократичны и гуманистичны по своей природе. Применение системы творческих заданий на уроках и во внеурочное время позволяет заложить основы для формирования ключевых (социальных, информационных, коммуникативных) и предметных (способность учащихся привлекать для решения проблем знания, умения, навыки, формируемые в рамках конкретного предмета) компетентностей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бахтиярова Е.М. Метод проектов и индивидуальные программы в продуктивном обучении //Школьные технологии, 2001, №2.
2. Бермус А.Г. Проблемы и перспективы реализации компетентностного подхода в образовании: <http://www.eidos.ru/journal/2005/0910-12.htm>.
3. Митрофанов К.Г., Соколова О.В. Компетентностный подход в образовании. Проблемы понятия, инструментарий. – М., 2002.
4. Формирование коммуникативной компетентности учащихся на уроках и во внеклассной деятельности через проектно-исследовательскую работу, Часовских И.П., Н.В. Мостовая, И. А. Кузнецова, ГБОУ СОШ № 391, Санкт-Петербург.

ABOUT DETAILED DESIGNS ON MATHEMATICS AS MEANS OF THE ORGANIZATION OF PRODUCTIVE ACTIVITIES

M.V. Valova

In article the organization of productive activities when training in mathematics of pupils of 5-11 classes is described. Questions of the organization of productive mathematical activities by means of inclusion of school students in process of accomplishment of educational projects of different types are considered. Special attention is paid to detailed designs on mathematics as to a fixed asset of the organization of productive activities.

Keywords: detailed designs on mathematics, productive activities.

РАЗВИТИЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНОГО ИНТЕРЕСА УЧАЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ПРИМЕНЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЙ ПРОДУКТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ

Е.М. Огурцова

МБОУ СОШ №2 им. А.С. Пушкина г. Арзамаса, учитель
Россия, 607230, Нижегородская обл., г. Арзамас, ул. Парковая, д. 16/1
Тел.: 88314774078, e-mail: ogurtsowa.el@yandex.ru

В статье описывается один из приемов продуктивного обучения математике на примере мастер-класса. Представлены различные оригинальные приемы устного счета и математические фокусы.

Ключевые слова: продуктивное обучение, мастер-класс, приемы устного счета, познавательный интерес

В последнее время в мировом образовательном пространстве активно развивается такое движение как продуктивное обучение. Основопологающим принципом которого является «обучения через деятельность». Одна из идей продуктивного обучения – предоставление учащимся возможности практической деятельности, благодаря которой они открывают для себя новые образовательные горизонты.

Благодаря использованию технологий продуктивного обучения учащиеся точнее и в тоже время шире осмысливают стоящие перед ними цели, с большей ответственностью приступают к их реализации. Эффективнее происходит развитие мыслительных навыков (знание, понимание, применение, анализ, синтез, оценка). Повышается интерес, самостоятельность и ответственность учеников за результаты своего труда.

В ходе продуктивного обучения учитель становится партнером, консультантом учащихся, осуществляет их поддержку. Значимую роль в продуктивном обучении играет рефлексия. Она помогает учащимся соотнести свою цель с достигнутыми результатами.

Для педагогов продуктивного обучения их собственная личность является их основным рабочим инструментом. Педагог должен своим примером, творчеством подготовить учеников к творческой деятельности, пониманию себя как личности.

По мнению учителей, работающих в общеобразовательной школе, у детей с каждым годом снижается интерес к учебе, в частности к такому предмету, как математика. Учителя находятся в постоянном поиске новых оригинальных приемов, форм обучения, способов повышения познавательной активности учащихся. А нередко, используют «старые», проверенные временем эффективные методы.

В нашей школе ежегодно проводятся предметные недели. Учащиеся охотно принимают участие в мероприятиях, подготовленных учителями математики, физики, информатики. Но еще с большим интересом сами разрабатывают и проводят различные викторины и конкурсы.

В этом году в рамках недели математики мои семиклассники проводили мастер-класс «Секреты устного счета». С некоторыми «секретами» мы познакомили их на уроках, другие предложили найти самим. Мы долго готовились, «перерыли, перелопатили гору» литературы. Отыскали множество способов устного счета. Сделали для себя массу открытий.

Ребята проводили мастер-класс для своих одноклассников, для учащихся других классов, для родителей. И каждый раз мероприятие вызывало интерес и истинный восторг у присутствующих.

Рассмотрим несколько оригинальных и очень красивых приемов устного счета, которые были представлены в ходе мастер-класса.

Умножение чисел на 5. Чтобы устно умножить число на 5, умножают его на 10 и делят на 2, т.е. приписывают ноль и делят пополам. Например, $74 \cdot 5 = 740 : 2 = 370$; $243 \cdot 5 = 2430 : 2 = 1215$.

При умножении четного числа на 5 удобнее сначала делить пополам, и к полученному результату приписать 0.

Умножение чисел на 15, на 150. Чтобы четное число умножить на 15, достаточно к нему прибавить его половину и к сумме приписать 0. Например, $78 \cdot 15 = 1170$; $78 + 39 = 117$ и к 117 приписываем 0.

Чтобы четное число умножить на 150, достаточно к нему прибавить его половину и к сумме приписать два 0. Например, $24 \cdot 150 = 3600$; $24 + 12 = 36$ и приписываем к 36 два нуля.

При умножении нечетного числа на 15, надо к нему прибавить целую часть его половины и к сумме приписать 5. Например, $39 \cdot 15 = 585$; $39 + 19 = 58$ и к 58 приписываем 5.

Аналогично, при умножении нечетного числа на 150, надо к нему прибавить целую часть его половины и к сумме приписать 50. Например, $41 \cdot 150 = 6150$; $41 + 20 = 61$, произведение равно 6150.

Интересны приемы умножения чисел на 11. Представьте следующую задачу: 32 надо умножить на 11. Для ее решения складываем цифры $3 + 2 = 5$, а затем помещаем пятерку между двойкой и тройкой. Ответ: $32 \cdot 11 = 352$.

При умножении $67 \cdot 11 = 6 \cdot 7$, вместо \cdot надо записать результат суммы чисел 6 и 7, но это двузначное число, а на месте разряда десятков можно записать только одну цифру, поэтому на месте десятков мы пишем 3, а к 6 единицам, которые должны стоять на месте сотен прибавляем 1 и получаем 7.

Итак, $67 \cdot 11 = 737$.

Также быстро можно умножать на 11 многозначные числа. Например, для задачи $314 \cdot 11$ ответ все еще будет начинаться с 3 и заканчиваться на 4. Так как $3 + 1 = 4$ и $1 + 4 = 5$, ответ будет равен 3454.

Приемы умножения на 111.

Рассмотрим пример: $359 \cdot 111 = \dots 9$

В ответе на последнем месте записываем 9, т.к. $9 \cdot 1 = 9$.

Слева от 9 записываем цифру, которая получилась в результате сложения двух последних цифр в числе 359. Это $5 + 9 = 14$, т.е. пишем цифру 4.

Затем находят суммы цифр, взятых по три, и прибавляют 1 (если есть переход через разряд) $(3 + 5 + 9) + 1 = 18$

Перед цифрой 4 пишем цифру 8.

Затем находим сумму двух последних цифр: $(3 + 5) + 1 = 9$. Перед цифрой 8 пишем 9. На первом месте запишем цифру 3, т.к. она первая цифра в данном множителе. Итак, $359 * 11 = 39849$.

Пример: $3456 * 111 = \dots 6$

$5 + 6 = 11$, тогда записываем ...16

$(4 + 5 + 6) + 1 = 16$, тогда записываем ...616

$(3 + 4 + 5) + 1 = 13$, тогда записываем ...3616

$(3 + 4) + 1 = 8$, тогда записываем ...83616

Итак, $3456 * 111 = 383616$.

Красивая комбинация цифр получается при возведении в квадрат чисел 11, 111, 1111, ..., 111111111. Эти ответы легко запомнить, выявив закономерность расположения цифр.

$$11 * 11 = 121$$

$$111 * 111 = 12321$$

$$1111 * 1111 = 1234321$$

...

$$111111111 * 111111111 = 12345678987654321$$

При возведении в квадрат чисел, оканчивающихся на 5, необходимо запомнить следующие правила:

1. Ответ должен начинаться с результата умножения первой цифры возводимого в квадрат числа на цифру, большую на единицу, чем первая цифра.

2. Ответ заканчивается на 25.

Например, чтобы возвести в квадрат число 35, мы просто умножаем первую цифру 3 на 4, то есть на единицу большую цифру, после чего приписываем 25. Так как $3 * 4 = 12$, следовательно, ответ — 1225. Таким образом, $35 * 35 = 1225$.

Аналогично, $95 * 95 = 9025$, т.е. $9 * 10 = 90$, это первые две цифры и приписываем 25. Пример: $305 * 305 = 93025$ ($30 * 31 = 930$ и приписываем в ответе 25.)

Разберем на примере возведение в квадрат чисел, оканчивающихся на 25. Перемножим 325 на 325:

- в конце числа записываем 625,

- число сотен 3 умножаем на 5 ($3 * 5 = 15$), записываем 5, запоминаем 1, получаем ...5625,

- число сотен 3 возводим в квадрат и прибавляем 1, полученное число 10 приписываем к результату, получаем $325 * 325 = 105625$.

Можно применить похожий прием при умножении чисел, с одинаковым числом десятков и суммой единиц равной 10.

Ответ будет состоять из числа, полученного с помощью вышеописанного метода (первая цифра умножается на цифру, на единицу большую), и произведения вторых цифр чисел, участвующих в умножении. Например, попробуем

умножить 83 на 87. (Оба числа начинаются на 8, а сумма последних цифр $3 + 7 = 10$.) Так как $8 * 9 = 72$ и $3 * 7 = 21$, ответ — 7221.

Например, нам необходимо умножить 302 на 308.

- умножаем 30 на 31, записываем ответ – 930,

- умножаем единицы 2 на 8, приписываем к ответу 16.

Итак, $302 * 308 = 93016$

Рассмотрим способ умножения двузначных чисел с одинаковым числом единиц и суммой десятков равной 10. Например, перемножим числа 63 и 43.

- перемножаем числа десятков и к полученной сумме прибавляем число единиц: $6 * 4 + 3$ записываем в ответ число 27,

- находим произведение единицы данных чисел: $3 * 3 = 09$, приписываем к ответу 09. Итак, $63 * 43 = 2709$.

Несложен способ умножения двузначных чисел от 10 до 20. Чтобы перемножить два двузначных числа величиной от 10 до 20, необходимо:

- к первому числу прибавить цифру единиц второго числа,

- данную сумму умножить на 10,

- к полученному результату прибавить произведение единиц данных чисел. Например, $13 * 16 = (13 + 6) * 10 + 3 * 6 = 190 + 18 = 208$,

$19 * 16 = (19 + 6) * 10 + 9 * 6 = 250 + 54 = 304$.

Аналогично выполняется умножение двузначных чисел величиной от 20 до 30. Для этого необходимо:

- к первому числу прибавить цифру единиц второго числа,

- данную сумму умножить на 20,

- к полученному результату прибавить произведение единиц данных чисел.

Например, $23 * 26 = (23 + 6) * 20 + 3 * 6 = 580 + 18 = 598$,

$24 * 28 = (24 + 8) * 20 + 4 * 8 = 640 + 32 = 672$.

Умножение двух чисел, близких к числу 100.

Умножаем числа 98 и 96, близкие к 100. До 100 первому числу не хватает 2 единиц, второму – 4 единиц.

- из первого числа вычтуть недостающие до ста единицы второго числа: $98 - 4 = 94$,

- найти произведение недостающих до ста чисел в обоих множителях $2 * 4 = 08$ и приписать справа к полученному результату, получаем 9408.

Итак, $98 * 96 = 9408$

$98 - 4 = 94$

$2 * 4 = 08$

Хочется отметить необычный «Русский» способ умножения чисел.

$32 * 12$

$16 * 24$

$8 * 48$

$4 * 96$

$2 * 192$

$1 * 384$

Этот способ этот был в обиходе у русских крестьян и унаследован ими из глубокой древности. Сущность его состоит в том, что умножение любых двух чисел сводится к ряду последовательных делений одного числа пополам при одновременном удвоении другого числа. Деление пополам продолжают до тех пор, пока в частном не получится 1, парал-

лельно удваивая другое число. Последнее удвоенное число и дает искомый результат.

Существуют в математике равенства-помощники, позволяющие быстро находить правильное решение.

Полезно запомнить: $37 \cdot 3 = 111$. Зная это равенство, можно выполнять устно умножение числа 37 на 6, 9, 12 и т.п.

$$37 \cdot 6 = 37 \cdot 3 \cdot 2 = 222, \quad 37 \cdot 12 = 37 \cdot 3 \cdot 4 = 111 \cdot 4 = 444,$$

$$37 \cdot 9 = 37 \cdot 3 \cdot 3 = 333, \quad 37 \cdot 15 = 37 \cdot 3 \cdot 5 = 111 \cdot 5 = 555.$$

Легко запомнить еще одно равенство: $7 \cdot 11 \cdot 13 = 1001$.

Несложными для вычисления будут примеры следующего рода:

$77 \cdot 13 = 1001,$	$91 \cdot 11 = 1001,$	$143 \cdot 7 = 1001,$
$77 \cdot 26 = 2002,$	$91 \cdot 22 = 2002,$	$143 \cdot 14 = 2002,$
$77 \cdot 39 = 3003$	$91 \cdot 33 = 3003$	$143 \cdot 21 = 3003$
и т.д.	и т.д.	и т.д.

Знание секретов устного счета позволяет показывать математические фокусы и помогает заинтересовать даже тех учеников, которые «не дружат» с математикой. Рассмотрим некоторые из них.

Фокус 1. Предлагаем ученикам возвести в куб любое двузначное число и назвать результат. Зная таблицу кубов чисел от 1 до 10, можно легко «угадать» задуманное число.

Число	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Куб числа	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

Например, при возведении в третью степень получили число 658503.

Первые три цифры 658 находятся между числами 512 (8 в кубе) и 729 (9 в кубе), значит, первая цифра задуманного числа лежит между 8 и 9. Берем меньшее из двух чисел, т.е. 8, это первая цифра ответа. По последней цифре 3 числа 658503 называем вторую цифру искомого числа: 7. Итак, задуманное число 87.

Фокус 2. Просим назвать любое число. Записываем это число на доске и предлагаем умножить его на число, изображаемое несколькими девятками. Секрет состоит в том, что число должно состоять из того же количества девяток, что и предложенное. Через пару секунд записываю ответ и предлагаю присутствующим проверить правильность решения.

Например, $23457 \cdot 99999 = 2345676543$

Первые пять цифр произведения представляют собой число на 1 меньше заданного первого сомножителя (23456); следующие пять цифр (76543) – это соответствующие дополнения до 9 к первым пяти цифрам результата.

Фокус 3. Сложение в уме трех многозначных чисел. Один ученик записывает на доске произвольное многозначное число. Другой ученик записывает второе число, состоящее из того же количества цифр. Далее записываем третье

число и предлагаем присутствующим найти сумму этих чисел. Предлагаем проверить правильность.

Секрет этого фокуса состоит в том, что третье число надо записать такое, чтобы каждая цифра в сумме с соответствующей цифрой второго числа давала бы девять. Сумма этих трех чисел вычисляется легко: в ней будут цифры первого числа в том же порядке, только последняя цифра будет на 1 меньше и эта 1 ставится в самом начале вычисляемой суммы.

Например,
56784
+32175
<u>67824</u>
156783

Фокус 4. «Угадать задуманное число». Предлагаем кому-нибудь из учащихся написать на листе бумаги любое трехзначное число. Далее приписать к нему это же число еще раз. Получится шестизначное число. Передать лист соседу, пусть он разделит это число на 7. Передать листочек дальше, пусть следующий ученик разделит полученное число на 11. Следующий ученик, умножит это число на 2. Снова передать результат дальше, следующий ученик пусть разделит полученное число на 13. Затем листочек передается обратно. Я делю полученное число пополам и называю задуманное число.

Разгадка фокуса «спрятана» в одном из приемов устного счета, который был рассмотрен в работе. Когда мы к трехзначному числу приписали такое же число, то мы тем самым умножили его на 1001, а затем, разделив последовательно на 7, 11, 13, мы разделили его на $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$, то есть получили задуманное трехзначное число, умноженное на 2.

В ходе подготовки и проведения мастер-класса учащиеся пришли к пониманию, что несмотря на то, что калькулятор стал помощником и неотъемлемой частью нашей жизни, надо уметь считать быстро и правильно. Применение секретов устного счета позволяет экономить время, развивает внимание, наблюдательность, смекалку, повышает культуру математических вычислений и помогает усваивать школьные предметы естественно-математического цикла.

В заключение хочется отметить, что применение различных технологий продуктивного обучения позволяет создать каждому учащемуся оптимальные условия для поддержания и развития его познавательных интересов, активности и самостоятельности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Артур Бенджамин, Майкл Шермер «Магия чисел» Моментальные вычисления и другие математические фокусы. (Интернетресурсы)
2. Башмаков, М. И. Теория и практика продуктивного обучения / М. И. Башмаков. – М.: Народное образование, 2000.
3. Гайштут А. «Нестандартные приемы устного счета»
4. Гончар Д.Р. Устный счёт и память: загадки, приёмы развития, игры, в сборнике «Устный счёт и память». Донецк: Сталкер, 1998
5. Давыдов М.А. Красота математики. – Н. Новгород, 2007
6. Крылова Н.Б., Леонтьева О.М. Школы без стен: перспективы развития и организация продуктивных школ. Библ. журнала «Директор школы», №1, 2002.
7. Мартин Гарднер, Математические чудеса и тайны, М.: Наука, 1982.
8. Перельман Я.И. Быстрый счет. Тридцать простых приемов устного счета. Издатель-

ский дом: Дом занимательной науки, 1941.

9. Шейнина О.С., Соловьева Г.М. Математика. Занятия школьного кружка. 5-6 кл. – М.: Изд-во ИЦ ЭНАС, 2005

THE DEVELOPMENT OF COGNITIVE INTEREST OF STUDENTS
IN THE PROCESS OF APPLYING PRODUCTIVE LEARNING TECHNOLOGI

E.M. Ogurtsova

The method of productive teaching of mathematics on the example of master class is described in the article. Various original methods of counting techniques and mathematical tricks are also presented here.

Keywords: productive learning, master class, counting techniques, cognitive interest.

ПРОДУКТИВНЫЙ ПОДХОД К ИЗУЧЕНИЮ ЭЛЕМЕНТОВ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И КОМБИНАТОРИКИ В СОВРЕМЕННОЙ СИСТЕМЕ ШКОЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

О.А. Паршина, С.П. Соломасов

Северный (Арктический) федеральный университет им. М.В. Ломоносова,
Коряжемский филиал С(А)ФУ, кафедра общегуманитарной подготовки
и естественно-математического образования, студенты
Россия, 165651, Архангельская обл., г. Коряжма, пр. Ленина, д. 9
Тел.: 89218100215, 89502542277, e-mail: parshina.olya2015@yandex.ru

Правильное понимание теории вероятностей, её продуктивное освоение, являются хорошей возможностью показать школьникам процесс математизации.

Ключевые слова: теория вероятностей, комбинаторика, продуктивность обучения.

С момента зарождения и до настоящего времени процесс развития теории вероятностей был несколько своеобразным. На первом этапе истории эта наука рассматривалась как собрание курьезных задач, которые в первую очередь связаны с азартными играми в кости и карты. Основателями теории вероятностей являются французские математики В. Паскаль и П. Ферма, а также голландский ученый Х. Гюйгенс. С именем швейцарского математика Я. Бернулли связан важнейший этап теории вероятностей. Он доказал частный случай закона больших чисел, так называемую теорему Бернулли. С этого момента теория вероятностей оформляется как математическая наука.

В XX веке произошло строгое логическое обоснование теории вероятностей и связано это с именами советских математиков С.Н. Бернштейна и А.Н. Колмогорова.

Элементы теории вероятностей и комбинаторики в последние десятилетия то являлись разделом в курсе математики общеобразовательной школы, то исключались из него. То внимание, которое уделяется этому учебному предмету во всем мире, позволяет предположить, что концепция его введения является актуальной.

Заслуживает внимания методика обучения учащихся теории вероятностей, основанная на понятии логико-методической модели «эксперимент».

Эксперимент – модель опыта с конечным множеством исходов. Как и в любой другой модели выделено главное: множество исходов и возможность наступления каждого из них. Некоторые эксперименты доступны детям младшего школьного возраста [1].

Вполне реально преподавать элементы теории вероятностей в начальной школе. Если овладеть действиями с дробями, то можно уже весьма далеко продвинуться.

Зачатки алгебры позволяют сформулировать теоретико-вероятностные принципы в общем виде. Как и элементарную арифметику теорию вероятностей можно применять непосредственно, т.е. используя модели, которые каждый может понять сразу.

Правильное понимание теории вероятностей является хорошей возможностью показать школьникам процесс математизации.

Известны опыты введения теории вероятностей на ранних стадиях обучения. Известна идея А. Энгеля пронизывать изучение дробей в младших классах элементами теории вероятностей, считая полезным такое приближение к реальной действительности. В подходе А. Энгеля удается добиться непрерывности изучения теории вероятностей. Школьник, который занимается изучением теории вероятностей в достаточно раннем возрасте, легче перенесет абстрактную, далекую от реальной действительности «математизацию» в старших классах [4]. Также на пользу пойдет изучение теории вероятностей в старших классах, если в младших классах были введены некоторые элементы предмета на описательном уровне.

Учитывая требования к современному обучению, школьная программа предусматривает формирование у учащихся элементов математических понятий и логической структуры мышления.

Для отечественной системы образования элементы комбинаторики и теории вероятностей в средней школе не являются чем-то новым. Вопросы, связанные со значением теории вероятностей и комбинаторики в школе, обсуждали еще в 1899 году в Москве. На рубеже 40-х годов прошлого века встречалось новое упоминание об этих вопросах. В работах С.Н. Бернштейна, Б.В. Гнеденко, А.Н. Колмогорова, А.Я. Хинчина неоднократно была отмечена целесообразность введения стохастики в школьный курс математики.

В 1967 году в факультативный курс 10 класса были включены следующие вопросы:

- 1) начала комбинаторики и вычисление вероятностей при помощи подсчета числа благоприятствующих случаев;
- 2) операции над событиями, теорема сложения вероятностей, условные вероятности и независимость событий;
- 3) независимые повторные испытания с постоянной вероятностью, теорема Бернулли (без доказательства), заключительная беседа о различных областях науки и практической деятельности;
- 4) математическое ожидание, дисперсия и закон больших чисел (доказательство в форме теоремы Чебышева).

Академик А.Н. Колмогоров, возглавлявший комиссию по разработке программы, высказал надежду, что «этот материал в значительной своей части в будущем войдет в основной школьный курс математики» [8].

Первые издания учебника «Алгебра и начала анализа» для 9 класса средней школы под редакцией А.Н. Колмогорова содержат элементы комбинаторики и теории вероятностей. Курс алгебры и начал анализа начинается с изучения математической индукции, затем даются элементы комбинаторики и некоторые понятия теории вероятностей. Изложение теоретического материала достаточно сложное. Например, формула числа перестановок дается через рекуррентные соотношения, это ухудшает и без того сложный материал. Весь материал изло-

жен строгим академическим языком. Возможно, поэтому в то время элементы комбинаторики и не прижились в курсе отечественной школьной математики.

В ряде исследовательских диссертаций XX века нашла свое отражение идея включения элементов комбинаторики и теории вероятностей в школьный курс математики.

В 1995-2000 годы при обсуждении обязательного минимума содержания образования произошел следующий всплеск. В 2003 году было опубликовано письмо первого заместителя министра образования В.А. Болотова «О введении элементов комбинаторики, статистики и теории вероятностей в содержание математического образования основной школы».

Элементы комбинаторики, теории вероятностей и статистики включены в стандарт 2004-2005 годов. Изучение элементов комбинаторики, статистики и теории вероятностей предлагается начать в 5-6 классах или в 7 классе – в зависимости от системы изложения в учебнике, по которому ведется преподавание [5].

Положения, которые используют при разработке общего подхода к преподаванию теории вероятностей и статистики в школе:

- дать элементарное представление о теории вероятностей и статистике, и их тесной взаимосвязи;
- подчеркнуть тесную связь данных разделов математики с окружающим миром, как при введении математических понятий, так и при использовании полученных результатов;
- избегать излишнего математического формализма;
- избегать примеров и задач, которые утратили свою актуальность;
- иллюстрировать материал яркими, доступными и запоминающимися примерами.

Изучение элементов теории вероятностей и статистики в школе стоит начинать с изучения статистики. Вводится одна из главных идей теории вероятности и статистики – идея случайной изменчивости. Для рассмотрения случайной изменчивости приводят примеры из повседневной жизни учащихся: биометрические данные человека, показатели физического развития, школьные оценки и др. [7].

С идеей случайной изменчивости вводятся простейшие числовые показатели, которые описывают эту изменчивость:

- дисперсия;
- среднее арифметическое;
- медиана;
- отклонение от среднего.

В самом начале изложения этого материала стоит избегать высокой степени формализма, использования переменных с индексами, формальных определений и доказательств [3].

Но в то же время важно показать, как может себя вести среднее арифметическое для различных наборов чисел, дать пояснение, когда оно дает хорошее

представление о массиве наблюдений, а когда нет.

При изучении числовых характеристик дискретной случайной величины – математического ожидания и дисперсии, и связи между этими понятиями, еще раз обращаются к теме среднего значения и дисперсии набора чисел. Иными словами, статистические характеристики, которые вводятся сначала как числовые характеристики набора чисел, в дальнейшем при изучении числовых характеристик случайных величин получают вторую математическую трактовку.

С изложения понятий случайного события и его вероятности на интуитивном уровне начинают знакомство с элементами теории вероятностей. На данном этапе эти вопросы не связывают с комбинаторикой как таковой, не делают первостепенного упора на комбинаторику, как часто это делается в так называемой схеме «классической теории вероятностей». Учащиеся должны знать и понимать, что частотный подход является основным способом определения вероятности события в содержательных примерах на практике, и что порой определение вероятности события – довольно сложная или даже неразрешимая задача.

Далее переходя к математическому описанию случайных явлений, следует обратить особое внимание на понятие случайного опыта и его важность для всей дальнейшей математической формализации случайности [2]. Точно так же, как условие любой текстовой математической задачи (например, на движение) задает для учащегося набор условий и ограничений, в которых он будет искать решение, так и описание случайного опыта подводит к выбору подходящего набора элементарных событий и заданию на нем вероятностей выбранных элементарных событий. Это важно и потому, что во многих внешне простых формулировках занимательных вероятностных задач не говорится четко о том, что следует понимать под случайным опытом. И это в истории развития теории вероятностей не раз приводило к длительным спорам и математическим парадоксам. Как показывает практика обучения, такого рода задачи отвлекают и путают учащихся, вызывают неуверенность в собственных силах и сомнения в использовании вероятностных моделей вообще.

На этапе первичного знакомства с основными понятиями теории вероятностей следует избегать нечетких формулировок в задачах, следить чтобы условия случайного опыта формулировались ясно и недвусмысленно [6].

В школьном курсе при изучении элементов теории вероятностей важное место занимает понятие равновозможности события. Исторически это понятие сформировалось при решении задач, связанных с азартными играми. И в настоящее время понятие равновозможности не утратило своей актуальности. Все методики организации выборочных исследований, социологических опросов и контроля качества продукции базируются на случайном выборе, в основе которого и лежит понятие равновозможности события. Неверно в школьном курсе ограничиваться обсуждением только тех случайных опытов, в которых элементарные события равновозможны. Это может привести к формированию устой-

чивого ложного представления у школьников о том, что случайное событие всегда имеет вероятность одна вторая, поскольку событие либо произойдет, либо не произойдет.

Введение элементов комбинаторики должно быть подчинено вероятностным задачам, а не наоборот. Важно научить учащихся перебору различных комбинаций и подходам к этому перебору, а не доказательствам комбинаторных теорем и формальным преобразованиям выражений, включающих число перестановок и сочетаний. Без использования комбинаторных подходов во многих вероятностных задачах трудно описать элементарные события и это важно показать. Важно дать наглядное, запоминающееся представление практических ситуаций, где используются комбинаторные принципы подсчета.

Переход от элементарных событий к произвольным событиям и операциям с ними изложены без привлечения понятия «множества», несмотря на то, что операции над событиями аналогичны операциям над множествами. Очень полезны диаграммы Эйлера, показывающие соотношения различных событий.

Схема испытаний Бернулли является относительно простой, полезной и распространенной на практике моделью описания однотипных повторяющихся независимых опытов с двумя возможными исходами. В теории вероятностей она играет важную методическую роль, определяя алгоритм приближенного поиска вероятностей интересующих событий. Об этом сначала говорят на интуитивном уровне, обсуждая вероятности и частоты событий, а затем возвращаются к испытаниям Бернулли.

Схема Бернулли объединяет целый ряд понятий и методов (представления о множестве элементарных событий, число сочетаний, правило умножения вероятностей, понятие независимости событий). Эта тема дает возможность повторить и закрепить многое из уже пройденного материала.

В курсе математики включена тема «Геометрическая вероятность» потому, что она содержится в требованиях государственного стандарта. В изложении этой темы много трудностей и подводных камней, которые следует обходить. На школьном уровне содержательное математическое обсуждение этих трудностей нецелесообразно и практически невозможно. Работая с этим материалом, учитель и учащиеся получают возможность повторить материал из курса геометрии и укрепить навыки формализации текстовых вероятностных задач с помощью различных геометрических объектов.

Важные темы «Бином Ньютона» и «Треугольник Паскаля» опираются на высокий уровень формализма в записи выражений. К этим темам стоит обращаться, когда завершено прохождение материала по статистике и теории вероятностей. В данном случае появляется возможность показать, как содержательно этот материал используется в теории вероятностей.

Методические приемы, играющие важную роль в преподавании материала:

- 1) наглядность и простота изложения;
- 2) минимум формализма в определениях и записи выражений;

- 3) подчеркивание связи вводимых понятий с реальной практикой;
- 4) использование сквозных примеров и задач при обсуждении разных тем.
- 5) подчеркнутая ясность и простота формулировок большинства задач;
- 6) подбор примеров и задач с учетом различных интересов и возрастных особенностей развития учащихся;
- 7) проведение небольших практических измерений (исследований) и экспериментов для лучшего понимания природы случайной изменчивости и смысла вероятности;
- 8) повторение и закрепление на новом материале ранее пройденного.

Это все должно способствовать усвоению принципиально новых, но при этом простых, для учащихся понятий, росту интереса к математике, формированию современного мировоззрения и умения ориентироваться в изменчивом информационном мире.

Выше предложенный подход к преподаванию элементов статистики и теории вероятностей в школе предполагает естественнонаучное изложение данных дисциплин. Наибольшую ценность представляют вводимые понятия, сложившаяся система взглядов и ее связь с окружающим миром. При таком подходе математические доказательства на этой стадии обучения отступают на второй план, а математические методы играют ту же роль, что и в физике.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бычкова Л.О. Об изучении вероятности и статистики в школе. Математика в школе № 6. – 1991. – 239 с.
2. Гусев В.А, Орлов А.И, Розенталь А.Л. Внеклассная работа по математике в 6-8 классах: книга для учителя. - М.: Просвещение, 1984. – 163 с.
3. Жовнерко В.В, Шербаф А.И, Юркевич А.В. Об одном способе изложения теории вероятностей в школе. Новые технологии в системе непрерывного образования. Т. 2. Мн. - 1995. – 267 с.
4. Каменкова Н.Г. Элементы теории вероятностей: учебное пособие. - СПб, 1993. – 190 с.
5. Письмо Министерства образования Российской Федерации от 23 сентября 2003 г. N 03-93ин/13-03 «О введении элементов комбинаторики, статистики и теории вероятностей в содержание математического образования основной школы». – 12 с.
6. Полякова Т.А. Элементы теории вероятности и математической статистики в цикле естественнонаучных дисциплин школьного курса. Образовательные технологии. Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского. Омский научный вестник № 2 (57), 3 (61). – 2007. – 4 с.
7. Фройденталь Г. Математика как педагогическая задача. - М.: Просвещение, 1983. - 190 с.
8. Юркевич А.В. Теория вероятностей в задачах: учебное пособие. - Мн., 1994. – 250 с.

THE STUDY of ELEMENTS of PROBABILITY THEORY and COMBINATORICS in MODERN SCHOOL SYSTEM of EDUCATION

O.A. Parshina, S.P. Solomasov

A proper understanding of the theory of probability is a good opportunity to show the students the process of mathematization.

Keywords: probability theory, combinatorics, efficiency of training.

О ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ АСПЕКТАХ ПРОДУКТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ АРИФМЕТИЧЕСКИХ И АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

М.В. Тимкова

МБОУ СОШ №2 им. А.С. Пушкина, учитель математики
Россия, 607230, Нижегородская обл., г. Арзамас, ул. Парковая, д. 16/1
Тел: 89616327892, e-mail: moyshkola2@yandex.ru

В статье рассматривается технологический подход к продуктивному обучению решения арифметических и алгебраических задач, основанный на моделировании условия задачи и переводе его с языка русского на язык математический.

Ключевые слова: моделирование, условие, задача, язык математический, продуктивное обучение.

Среди задач школьного курса математики, особое место занимают текстовые задачи. Детей нередко учат решать задачи на движение, задачи на части и т. п. Установлено, что обучение решению задач, связанное с соотношением их к какому-нибудь классу, приводит не к успеху, а к видимости успеха. «Мы слишком часто учим классифицировать задачи, вместо того, чтобы учить сразу их решать». Кому не знакомо характерное для многих учащихся заявление, которое они делают, встречаясь с новой задачей: «Таких задач мы не решали». «Как будто им надо уметь решать только уже когда-то решенные задачи», – писал еще в 50-х годах М. Потоцкий.

Альтернативой обучению решать классы задач является выявление их математической сути. Этому помогает моделирование содержания задачи с помощью графических схем [1].

Рассмотрим в качестве примера решение нескольких задач из учебника «Математика 5». Покажем, что раздел, к которому отнесена задача, не имеет значения при ее решении. Это объясняется тем, что решение задач, помещенных авторами в разные разделы, может быть «унифицировано»: сведено к «переводу» встречающихся в тексте задачи утверждений на язык арифметических действий с соответствующими величинами.

Этому способствует, во-первых, осознание того, что требуется найти, и, во-вторых, моделирование встречающихся утверждений с помощью их схематического изображения.

Задача (из раздела «Решение задач на части»). Ученик купил тетрадей в клетку в 3 раза больше, чем тетрадей в линейку. Причем их было на 18 больше, чем тетрадей в линейку. Сколько всего тетрадей купил ученик?

Запомним, что в задаче требуется узнать, сколько тетрадей купил ученик. Будем читать условие, схематически изображая его содержание.

«Ученик купил тетрадей в клетку в 3 раза больше, чем тетрадей в линейку». «Причем их было на 18 больше, чем тетрадей в линейку».

Схематическое изображение величин, о которых говорится в задаче, подсказывает, что это «больше» складывается из «дважды повторенного числа тетрадей в линейку», а общее число тетрадей превышает 18 в два раза, т.е. всего

куплено 36 тетрадей.

Задача (из раздела «Задачи на нахождение двух чисел по их сумме и разности»). На двух полках стояло равное число книг. С первой полки сняли 10 книг и поставили на вторую полку. На сколько книг на второй полке стало больше, чем на первой?

Запомним, что в задаче требуется узнать, «на сколько книг на второй полке стало больше, чем на первой», изобразим ее условие схематически.

«На двух полках стояло равное число книг».

«С первой полки сняли 10 книг и поставили на вторую полку».

На схеме покажем, что на второй полке стало на 20 книг больше, чем на первой.

Задача (из раздела «Разные арифметические задачи»). Если в вазы поставить по пять роз, то две розы останутся лишними. А чтобы поставить по шесть роз, четырех роз не хватит. Сколько было ваз?

Запомним, что требуется найти число ваз, изобразим розы, поставленные в вазу по пять, пунктирной линией можно изобразить две розы, которые не поместились в вазы. Далее: «... чтобы поставить по шесть роз, четырех роз не хватит»: пунктирная часть линии изображает четыре розы, которых не хватило. Ясно, что если поставить еще по одной розе в каждую из ваз, в которой уже стоит пять роз, то в две вазы попадут «лишние» розы и еще четыре вазы «останутся без дополнительной розы». Таким образом, ваз было шесть.

Задача (из раздела «Задачи на движение»). Расстояние между городами A и B 720 км. Из A в B вышел скорый поезд со скоростью 80 км/ч. Через 2 ч навстречу ему из B в A вышел пассажирский поезд со скоростью 60 км/ч. Через сколько часов они встретятся?

Запомним, что надо узнать, через сколько часов поезда встретятся. Схематически изобразим условие задачи:

«Расстояние между городами A и B 720 км. Из A в B вышел скорый поезд со скоростью 80 км/ч»;

«Через 2 ч навстречу ему из B в A вышел пассажирский поезд со скоростью 60 км/ч».

Точкой C обозначим место, в котором находился скорый поезд в момент начала движения пассажирского. Имеем: $AC = 160$ км, поэтому $BC = 560$ км. Каждый час поезда сближаются на $80 + 60 = 140$ (км). Встретятся они через 560 км: 140 км/ч = 4 ч.

В тех случаях, когда задача решается с помощью уравнения, решение состоит из следующих шагов:

1. обозначение буквой одной из неизвестных величин, о которых говорится в условии задачи;
2. запись с помощью выражений информации, которая содержится в условии задачи, и той информации, которая появилась после обозначения буквой какой-либо из неизвестных величин;
3. составление уравнения;

4. решение уравнения;

5. запись ответа.

Выполнение второго и третьего шагов, как правило, связано с переводом текста условия на математический язык выражений и их равенства. Существенную помощь в этом оказывает моделирование ситуаций, о которых говорится в задаче, с помощью схематических рисунков.

Рассмотрим решение нескольких задач.

1. Поезд вышел из пункта A и прибыл в пункт B через 4 ч. От пункта B до пункта C он двигался со скоростью 60 км/ч и прибыл в C через 3 ч после выхода из B . Найти скорость поезда на перегоне от A до B , если весь путь AC равен 398 км.

Решение. 1-й шаг. Обозначим через v км/ч скорость поезда на перегоне от A до B .

2-й шаг. Записываем в виде выражений все встречающиеся в тексте соотношения между величинами.

«Поезд вышел из пункта A и прибыл в пункт B через 4 ч». Зная скорость на рассматриваемом перегоне и время движения, можно найти расстояние от A до B . Оно равно $4v$ км. «От пункта B до пункта C он двигался со скоростью 60 км/ч и прибыл в C через 3 ч после выхода из B ». Зная скорость на перегоне от пункта B до пункта C и время движения, можно найти расстояние от B до C . Оно равно 180 км.

Остается заметить, что «весь путь AC равен 398 км» и составить уравнение:

$$4v + 180 = 398.$$

Решив получившееся уравнение и записав ответ, мы, тем самым, завершим решение задачи.

2. Денежная единица страны Турляндия называется «турлик». В Турляндии куплено несколько альбомов для рисования и 7 коробок красок. Альбом стоит 36,8 т. (турлика), а коробка красок на 0,45 т. больше. Общая стоимость покупки 775,95 т. Сколько купили альбомов?

В задаче спрашивается, сколько купили альбомов. Естественно именно эту величину обозначить буквой: куплено n альбомов.

Читаем условие задачи, записывая в виде выражений встречающиеся утверждения.

«Денежная единица страны Турляндия называется «турлик». В Турляндии куплено несколько альбомов для рисования и 7 коробок красок». Записать содержащуюся здесь информацию в виде выражений не представляется возможным. Поэтому читаем дальше: «Альбом стоит 36,8 т. (турлика)». Зная цену одного альбома и число купленных альбомов, стоимость всех альбомов можно записать в виде выражения: $36,8n$ (т.).

Читаем дальше: «... а коробка красок (стоит) на 0,45 т. больше». Это позволяет найти цену коробки красок: $36,8 \text{ т.} + 0,45 \text{ т.} = 37,25 \text{ т.}$

Теперь вспомним, что не использована информация: «В Турляндии куп-

лено... 7 коробок красок». Зная цену одной коробки красок, можно подсчитать стоимость семи коробок: она равна $37,25 \text{ т.} \cdot 7 = 250,45 \text{ т.}$

Информация: «Общая стоимость покупки 775,95 т.» позволяет составить уравнение:

$$36,8n + 250,45 = 775,95.$$

Решив получившееся уравнение и записав ответ, мы завершим решение задачи.

Следующий пример интересен тем, что буквой неудобно обозначать то, что спрашивается в задаче. Требуется лишь составить уравнение по условию задачи.

3. Брат моложе сестры в 3 раза. Через два года он будет моложе ее в 2 раза. На сколько лет брат моложе сестры?

Здесь надо догадаться, что буквой удобно обозначить возраст брата. Итак, брату t лет.

Теперь, как обычно, читаем условие и пытаемся записать в виде выражений содержащуюся в нем информацию: «Брат моложе сестры в 3 раза». Следовательно, сестре $3t$ лет. «Через два года...» Эту информацию можно записать с помощью выражений, так как известно, что брату t лет, а сестре $3t$ лет:

Брату станет $t + 2$ (лет), сестре $3t + 2$ (лет).

«Через два года он будет моложе ее в 2 раза». Можем составить уравнение: $(t + 2) \cdot 2 = 3t + 2$.

Задача (из учебника «Алгебра 7»). Первый час автомобилист ехал со скоростью 50 км/ч и рассчитал, что если он и дальше будет ехать с той же скоростью, то опоздает в город на полчаса. Он увеличил скорость на 20% и прибыл в город вовремя. Какой путь проехал автомобилист и сколько времени он находился в пути?

Обозначим буквой s путь, который проехал автомобилист.

«Первый час автомобилист ехал со скоростью 50 км/ч». Это означает, что за этот час пройдено 50 км. Весь путь равен s км, поэтому ему осталось проехать еще $(s - 50)$ км.

«Если он будет и дальше ехать с той же скоростью...»

Можно установить, сколько времени автомобилист затратит на весь путь: $S \text{ км} : 50 \text{ км/ч} = (S : 50) \text{ ч.}$

«... опоздает на полчаса». На путь без опоздания потребуется $(S/50 - 0,5) \text{ ч.}$

«Он увеличил скорость на 20%». Скорость стала равной $(50 + 50 \cdot 20/100) \text{ км/ч} = 60 \text{ км/ч.}$

На оставшийся путь автомобилисту понадобилось $(s - 50) \text{ км} : 60 \text{ км/ч} = (s - 50)/60 \text{ ч.}$

«Прибыл в город вовремя». Составляем уравнение: $(s - 50)/60 + 1 = s/50 - 0,5$.

При решении задач с помощью составления уравнений многие трудности возникают потому, что учащиеся не умеют записывать в виде выражений со-

держась в условии задачи информацию. Поэтому непосредственно перед тем, как знакомить их с решением задач с помощью уравнений, полезно изучить или повторить тему «Выражения и формулы». При этом дети должны научиться записывать в виде выражений и равенств выражений имеющуюся в тексте информацию: «на k больше, чем 5», «в 7,2 раза меньше, чем p », «путь в s км поезд прошел со скоростью 62,3 км/ч» и т. п.

Таким образом можно обеспечить успешность овладения математикой, если иметь возможность руководить работой каждого ученика: как помочь ученику понять материал, овладеть способами работы с ним; как обеспечить пошаговый контроль при выполнении первых заданий, а затем постепенно перейти к самоконтролю.

Реализация теории Гальперина – достаточное условие хорошего усвоения школьного курса математики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Волович М.Б. Как обеспечить усвоение математики в 5 классе. – М., 2003 – 112 с.

TECHNOLOGY OF PRODUCTIVE LEARNING TO THE SOLUTION OF ARITHMETIC AND ALGEBRAIC TASKS

M.V. Timkova

You need to teach the modeling of the conditions of the problem and translating it from the Russian Language into the language of Mathematics. The implementation of the theory of Halperin - sufficient condition for good learning school Mathematics.

Keywords: modeling, condition, task, language of Mathematics, effective learning.

РАЗДЕЛ 3.

ЭЛЕМЕНТЫ ПРОДУКТИВНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

МУЛЬТИПЛИКАТИВНО ЦИКЛИЧЕСКИЕ ПОЛУКОЛЬЦА

Е.М. Вечтомов

Вятский государственный университет, Институт математики
и информационных систем, факультет компьютерных
и физико-математических наук, кафедра фундаментальной и компьютерной
математики, доктор физико-математических наук, профессор
Россия, 610000, г. Киров, ул. Московская, д. 36
Тел.: 88332742515, e-mail: vecht@mail.ru

Рассматриваются основополагающие понятия и результаты теории полуколец с циклическим умножением. Предлагаемый материал может быть использован при обучении студентов современной математике продуктивным способом.

Ключевые слова: циклическая структура, полукольцо, циклическое полукольцо, профессиональное математическое образование.

Циклическая структура играет важную роль в современной математике и ее приложениях. Хорошо известно строение циклических групп, их значение в теории групп [1]. Известно также устройство циклических (или моногенных) полугрупп [2]. Неодноэлементные циклические кольца – это, с точностью до изоморфизма, конечные поля [3]. Циклы и циклические процедуры составляют неотъемлемую часть аппарата дискретной математики и информатики. Интересным и нетривиальным алгебраическим объектом оказались конечные мультипликативно циклические полукольца, которые могут найти применение в криптографии и теории кодирования – наряду с конечными полями, составляющими их классический подкласс.

Отметим, что общеалгебраические понятия и сведения можно найти в книгах [4, 5], порядковые – в [5, 6], полукольцевые – в [7, 8, 9].

Впервые циклические полукольца с коммутативным сложением рассматривались в брошюре [8], в которой описаны бесконечные циклические полукольца с коммутативным сложением (теорема 4) и поставлена проблема описания конечных циклических полуколец с коммутативным сложением (задача 8). Конечные циклические полукольца с коммутативным сложением стали исследоваться в 2010 году [10]. Начало изучения циклических полуколец с некоммутативным сложением положено в докладе [11]. Строение бесконечных циклических полуколец с некоммутативным сложением установлено в [12]. Конеч-

ные циклические полукольца исследовали вместе со мной мои ученики А.С. Бестужев в случае коммутативного сложения [10, 11, 14–16] и И.В. Орлова (Лубягина) в случае некоммутативного сложения [11–13]. Автор данной статьи сделал пленарный доклад обзорного характера по циклическим полукольцам на IX Всероссийской научной конференции ЭКОМОД-2016 [17] 7 июля 2016 года.

Отметим также, что полукольца с циклическим сложением рассматривались в [18]; они устроены гораздо проще полуколец с циклическим умножением.

Напомним описание циклических полугрупп, лежащее в основе понятия мультипликативно циклического полукольца. В мультипликативных обозначениях полугруппа – это непустое множество с заданной на нем ассоциативной операцией умножения; ассоциативность умножения означает выполнение тождества $(xy)z=x(yz)$, где $xу=x\cdot y$. Полугруппа называется *циклической*, если она имеет *образующий* элемент a , натуральные степени которого a^n , $n \in \mathbf{N}$, исчерпывают всю полугруппу. Иногда полезно рассматривать циклические полугруппы с нейтральным элементом – единицей 1, считая $a^0=1$. Циклические полугруппы коммутативны, то есть удовлетворяют тождеству $xу=yx$.

Всякая бесконечная циклическая полугруппа с образующим a имеет вид $a, a^2, \dots, a^n, \dots$, причем, при умножении степеней их показатели складываются: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, она изоморфна числовой полугруппе $\{2^n: n \in \mathbf{N}\} = \{2, 4, 8, \dots, 1024, \dots\}$ с обычным умножением.

Любая конечная циклическая полугруппа S с образующим a однозначно характеризуется двумя натуральными параметрами $k, l \in \mathbf{N}$ такими, что $S = \{a, a^2, \dots, a^k, \dots, a^{k+l-1}\}$ и $a^{k+l} = a^k$. При этом $(k-1)$ -элементное множество $\{a, a^2, \dots, a^{k-1}\}$ называют *хвостом*, а l -элементное множество $\{a^k, \dots, a^{k+l-1}\}$ – *циклом* полугруппы S , составляющим ее подполугруппу, являющуюся l -элементной циклической группой. При $l=1$ будем иметь k -элементную циклическую полугруппу $S = \{a, a^2, \dots, a^k\}$ с *поглощающим* элементом a^k и одноэлементным циклом $\{a^k\}$.

Определение 1. *Полукольцом* [19] называется алгебраическая структура $\langle S, +, \cdot \rangle$, представляющая собой непустое множество S вместе с заданными на нем двумя ассоциативными бинарными операциями сложения $+$ и умножения \cdot , такими, что умножение дистрибутивно относительно сложения с обеих сторон: $x(y+z) = xy+xz$, $(x+y)z = xz+yz$.

При этом $\langle S, + \rangle$ – *аддитивная полугруппа* (аддитивный редукт) полукольца S , а $\langle S, \cdot \rangle$ – его *мультипликативная полугруппа* (мультипликативный редукт).

Полукольцо с коммутативной мультипликативной полугруппой само называется *коммутативным*.

Полукольцо может обладать *нулем* 0: нейтральным по сложению ($x+0=0+x=x$) и поглощающим по умножению ($x\cdot 0=0\cdot x=0$). Полукольцо может иметь также *единицу* 1 – нейтральный элемент по умножению ($x\cdot 1=1\cdot x=x$).

Кольцо – это полукольцо (с нулем), аддитивная полугруппа которого является коммутативной группой.

Поле – это коммутативное кольцо с $1 \neq 0$, каждый ненулевой элемент кото-

рого обратим.

Полукольцо с нулем 0 назовем *антикольцом*, если в нем выполняется квазитождество $x+y=0 \Rightarrow x=0$.

Полутелом называется неодноэлементное полукольцо, мультипликативная полугруппа которого является группой. *Полуполе* – это коммутативное полутело.

Полукольцо с тождеством $x+x=x$ называется (аддитивно) *идемпотентным*, в противном случае – *неидемпотентным*.

Полукольцо с тождеством $x+y=xу$ называется *моно-полукольцом*.

Полукольцо с тождеством $x+y=u+v$ ($xу=uv$) назовем полукольцом с *константным сложением* (с *константным умножением*, соответственно).

В любом полукольце S с идемпотентным коммутативным сложением естественным образом вводится *разностный порядок*:

$$a \leq b \Leftrightarrow \exists c \in S \ a+c=b \quad (\forall a, b \in S),$$

превращающий S в верхнюю *полурешетку* $\langle S, \leq \rangle$: $a+b=\sup(a, b)$.

Определение 2. Полукольцо S называется (мультипликативно) *циклическим*, если все его ненулевые неединичные элементы (в случае существования нуля или единицы в S) являются натуральными степенями некоторого элемента $a \in S$, называемого *образующим* полукольца S , в обозначениях: $S=(a)$.

Отметим, что циклические полукольца коммутативны.

Проанализируем данное определение.

Пусть $S=(a)$ – произвольное циклическое полукольцо с образующим a . Если a является нулем или единицей полукольца S , то S тривиально: либо одноэлементно, либо $S=\{0, 1\}$ есть двухэлементная цепь $0 < 1$ или двухэлементное поле \mathbf{F}_2 ($1+1=0$).

Поэтому будем считать, что $a \neq 0$ и $a \neq 1$.

Тем не менее, как нуль, так и единица может оказаться натуральной степенью образующего элемента a циклического полукольца.

Идемпотентность полукольца с единицей 1 эквивалентна равенству $1+1=1$. Полукольцо (a) без единицы идемпотентно тогда и только тогда, когда $a+a=a$.

В неидемпотентном циклическом полукольце (a) с 1 возможно равенство $a+a=a$. Если сложение в таком полукольце коммутативно, то необходимо $1+1=a$ и $a^2=a$, и полукольца состоят из двух элементов 1, a или из трех элементов 0, 1, a .

Примеры 1

В качестве иллюстрации найдем с точностью до изоморфизма все двухэлементные циклические полукольца $S=(a)$ (Одноэлементные полукольца изоморфны друг другу и являются циклическими). Разобьем их на четыре класса.

I. При $S=\{0, 1\}$ имеем:

1) цепь $0 < 1$;

2) поле \mathbf{F}_2 .

II. При $S=\{0, a\}$ без 1 получаем $a^2=0$:

3) $a+a$ – кольцо с нулевым умножением;

4) $a+a=a$ – цепь по сложению $0 < a$ с нулевым умножением.

III. В случае $S=\{1, a\}$ без 0 имеем:

- 5) $a^2=1$ и тождественно $x+y=x$ – полуполе с левым сложением;
- 6) $a^2=1$ и тождественно $x+y=y$ – полуполе с правым сложением;
- 7) $a^2=a, 1+1=a, a+1=a$ ($3=2$) – полукольцо с константным сложением;
- 8) $a^2=a, 1+1=1, a+1=1+a=a$ – моно-полукольцо;
- 9) $a^2=a, 1+1=1, x+y=x$ – идемпотентное полукольцо с левым сложением;
- 10) $a^2=a, 1+1=1, x+y=y$ – идемпотентное полукольцо с правым сложением.

IV. В случае $S=\{a, a^2\}$ без 0 и 1 получаем константное умножение $a^3=a^2$:

- 11) $a+a=a, a+a^2=a^2+a=a^2$ – цепь по сложению $a < a^2$;
- 12) $a+a=a, x+y=x$ – идемпотентное полукольцо с левым сложением;
- 13) $a+a=a, x+y=y$ – идемпотентное полукольцо с правым сложением;
- 14) $a+a=a^2, a+a^2=a^2+a=a^2$ – неидемпотентное моно-полукольцо с константным сложением.

Комментарий. Полукольца с несколькими элементами удобно представлять в виде таблиц Кэли для их операций сложения и умножения. Скажем, полукольцо 5) задается таблицами:

+	1	a
1	1	1
a	a	a

·	1	a
1	1	a
a	a	1

Итак, существует 14 двухэлементных циклических полуколец: 8 полуколец с коммутативным сложением и 6 полуколец с некоммутиативным (левым или правым) сложением, 9 идемпотентных и 5 неидемпотентных. Среди них 1 поле, 1 кольцо (с нулевым умножением), 3 цепи по сложению, 2 полуполя, 2 моно-полукольца, 2 полукольца с константным сложением и 4 полукольца с константным умножением.

Уже на этих мини-примерах видно насколько широк и разнообразен класс циклических полуколец.

Сформулируем несколько базовых структурных теорем о циклических полукольцах.

Теорема 1. Любое циклическое полукольцо с нулем является либо конечным полем, либо антикольцом.

Теорема 2. Произвольное бесконечное циклическое полукольцо (a) служит цепью по сложению

$$a < a^2 < \dots < a^n < \dots \text{ или } a > a^2 > \dots > a^n > \dots$$

(в эти цепочки возможно встраивание 0 и 1), либо имеет левое или правое сложение.

Теорема 3. Всякое циклическое полукольцо с нулем и с нильпотентным образующим a индекса k будет цепью по сложению (max):

$$1 < a < \dots < a^{k-1} < a^k = 0 \text{ или } 0 < a^{k-1} < \dots < a < 1.$$

Элемент a полукольца с нулем 0 называется нильпотентным индекса k, где $k \geq 2$ – натуральное число, если $a^k = 0$ и $a^{k-1} \neq 0$.

Теорема 4. Любое конечное циклическое полуполе (a) имеет левое или правое сложение или изоморфно прямому произведению $(a) \cong (b) \times (c)$ циклическо-

го полуполя (b) с левым сложением и циклического полуполя (c) с правым сложением, порядки которых взаимно просты.

Конечные полутела имеют некоммутативное сложение. Они представляют собой прямое произведение конечной группы с левым сложением и конечной группы с правым сложением [20].

Замечание. Конечное поле (поле Галуа) F_q полностью определяется порядком $q=p^n$ – числом своих элементов, где p – простое число и n – натуральное число. Мультипликативная группа поля F_q является циклической группой порядка $q-1$. Поэтому циклическое полукольцо F_q имеет $\varphi(q-1)$ образующих элементов a (здесь φ – функция Эйлера), $a^{q-1}=1$. Циклическое полутело порядка l также имеет $\varphi(l)$ образующих a . В остальных случаях нетривиальные циклические полукольца обладают единственным образующим a .

Теоремы 1-4 показывают, что при дальнейшем исследовании класса циклических полуколец можно ограничиться конечными циклическими полукольцами без нуля и с непустым хвостом, при этом без ограничения общности будем рассматривать полукольца с единицей 1.

Поэтому далее считаем, что мультипликативная полугруппа циклического полукольца $S=(a)$ имеет вид:

$$1, a, \dots, a^k, a^{k+1}, \dots, a^{k+l-1}, a^{k+l}=a^k, k, l \in \mathbb{N} \text{ и } k+l \geq 3. \quad (*)$$

Задача изучения таких циклических полуколец заключается в описании всевозможных операций сложения на мультипликативных циклических полугруппах (*), превращающих их в полукольца. В силу законов дистрибутивности сложение в полукольце вида (*) полностью определяется значениями сумм $1+x$ и $x+1$ всех его элементов x с 1.

Начнем с общих результатов.

Теорема 5. В циклическом полукольце вида (*) с коммутативным сложением a^k – поглощающий элемент, как по умножению, так и по сложению:

$$1, a, \dots, a^k, a^{k+1}=a^k. \quad (**)$$

Теорема 6. В циклическом полукольце вида (**) с коммутативным сложением показатель суммы a^i+a^j не меньше показателей i и j слагаемых для всех $0 \leq i, j \leq k$. В частности, $a^i+a^k=a^k$.

Далее раздельно изучаются классы идемпотентных и неидемпотентных циклических полуколец с коммутативным сложением.

Циклические полукольца с идемпотентным коммутативным сложением.

Такие полукольца строятся на основе своих аддитивных редуктов – конечных полурешеток. Перебираются все $(k+1)$ -элементные верхние полурешетки. Элементам каждой из полурешеток присваиваются бирки-имена a^i так, чтобы получилось полукольцо с мультипликативной полугруппой (**).

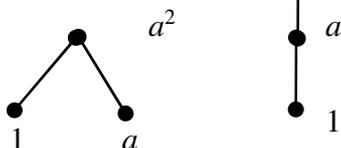
Полурешетки изображаются диаграммами Хассе. При этом по теореме 6 выполняется следующее свойство: на диаграмме Хассе элемент с меньшей степенью не может находиться выше элемента с большей степенью. Вводится параметр m как наименьшее натуральное число, для которого $1+a^m=a^m$. Тогда элементы $1, a, \dots, a^{m-1}$ являются минимальными, то есть располагаются на пер-

вом уровне диаграммы Хассе.

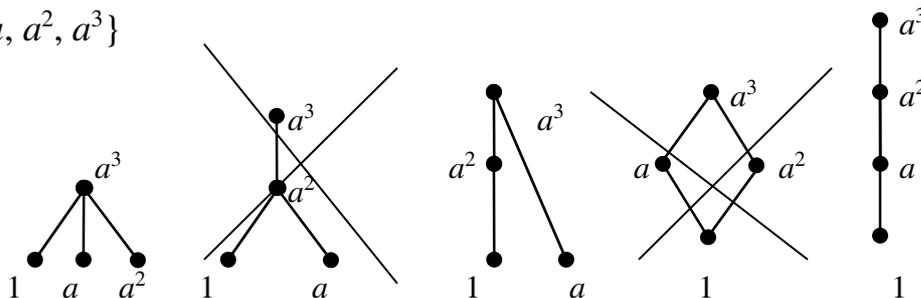
Примеры 2

Построим трехэлементные ($k=2$), четырехэлементные ($k=3$) и пятиэлементные ($k=4$) циклические полукольца указанного вида.

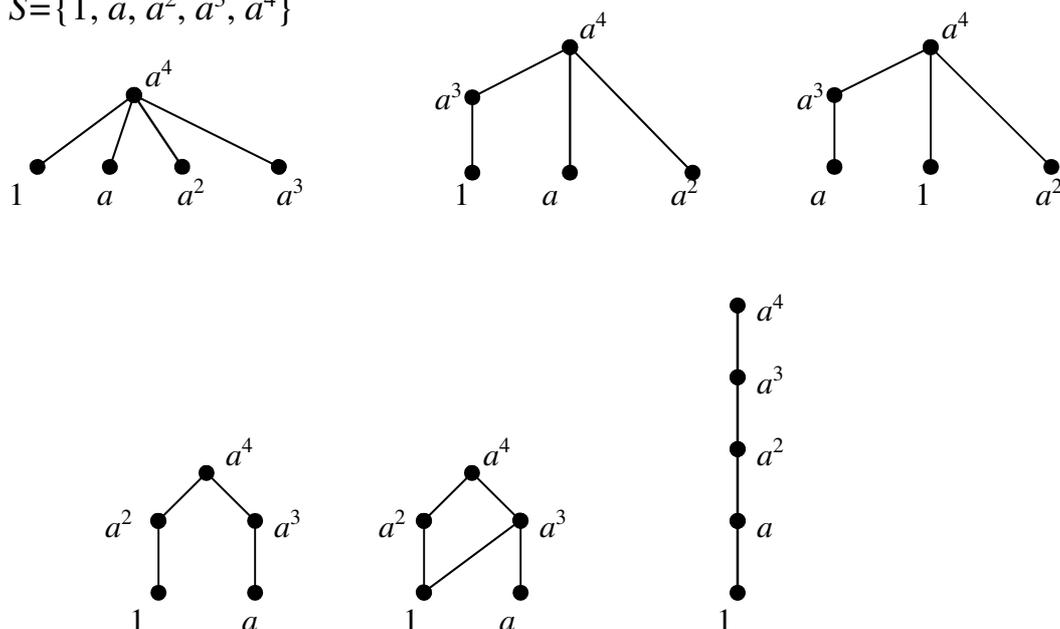
$$S = \{1, a, a^2\}$$



$$S = \{1, a, a^2, a^3\}$$



$$S = \{1, a, a^2, a^3, a^4\}$$



Комментарий. Среди пяти трехэлементных упорядоченных множеств два являются верхними полурешетками, служащими аддитивными полугруппами двух однозначно определенных циклических полуколец. Из 16 четырехэлементных упорядоченных множеств пять суть верхние полурешетки, только три из которых допустимы, то есть служат аддитивными редуктами соответствующих трех циклических полуколец. Пять пятиэлементных верхних полурешеток допустимы, но дают шесть циклических полуколец, поскольку на второй пятиэлементной полурешетке существуют два циклических умножения, превращающих ее в полукольца.

Циклические полукольца с неидемпотентным коммутативным сложением. Возьмем теперь полукольцо S с коммутативным сложением, мультипликативной группой $(**)$ и условием $1+1 \neq 1$. Возможно константное сложение $x+y=a^k$. В противном случае найдутся такие наибольшие неотрицательные целые числа $m \leq s$, что $a^m + a^s = a^{k-1}$.

Положим $n=s-m$ и $p=k-1-s$. Тогда $m+n+p+1=k$. Полученные параметры k, m, n, p позволяют дать удовлетворительную классификацию циклических полуколец S .

Возможен один из следующих шести случаев:

- 1) $m=0$;
- 2) $m>0$ и $p>m+n$;
- 3) $n \leq p < m+n$;
- 4) $p < n \leq m+p$;
- 5) $m>0, n>m+p+1$ и $1+1 \neq a^n$;
- 6) $m>0, n>m+p+1$ и $1+1 = a^n$.

Случаи 1)–5) полностью изучены, в случае 6) остается просеять таблицы возможных полуколец. Важную роль играет и параметр r – наименьшее натуральное число, такое, что $1+1 = a^r$.

Примеры 3

Найдем все трехэлементные и четырехэлементные неидемпотентные циклические полукольца с коммутативным сложением.

I. $S = \{1, a, a^2\}$

- 1) $x+y=a^2$ – полукольцо с константным сложением;
- 2) $1+1=a, 1+a=a^2$.

II. $S = \{1, a, a^2, a^3\}$

- 1) $x+y=a^3$ – полукольцо с константным сложением;
- 2) $1+1=a^2, 1+a=a^2, 1+a^2=a^3$;
- 3) $1+1=a^2, 1+a=a^3, 1+a^2=a^3$;
- 4) $1+1=a^3, 1+a=a^2, 1+a^2=a^3$.

Комментарий. Для полукольца $S = \{1, a, a^2, a^3\}$ с неидемпотентным коммутативным сложением $1+1 \neq a$. Предположим от противного, что $1+1=a$. Должно выполняться одно из равенств $1+a=a, 1+a=a^2$ или $1+a=a^3$.

Если $1+a=a$, то $a^2=a+a=1+1+a=1+a=a$, получили противоречие.

Если $1+a=a^2$, то $a^3=a+a^2=a+1+a=1+a^2=1+1+a=a+a=a^2$, противоречие.

Если $1+a=a^3$, то $a^2=a+a=1+1+a=1+a^3=a^3$, противоречие.

Примеры 4:

На пятиэлементной циклической полугруппе $\{1, a, a^2, a^3, a^4\}$ с помощью таблиц Кэли зададим всевозможные неидемпотентные коммутативные сложения, превращающие ее в 12 циклических полуколец. В силу теорем 5 и 6 элемент a^4 – поглощающий, поэтому в таблицах опустим шестые строку и столбец.

+	1	a	a ²	a ³
1	a ⁴	a ⁴	a ⁴	a ⁴
a	a ⁴	a ⁴	a ⁴	a ⁴
a ²	a ⁴	a ⁴	a ⁴	a ⁴
a ³	a ⁴	a ⁴	a ⁴	a ⁴

+	1	a	a ²	a ³
1	a ³	a ⁴	a ⁴	a ⁴
a	a ⁴	a ⁴	a ⁴	a ⁴
a ²	a ⁴	a ⁴	a ⁴	a ⁴
a ³	a ⁴	a ⁴	a ⁴	a ⁴

+	1	a	a ²	a ³
1	a ⁴	a ³	a ⁴	a ⁴
a	a ³	a ⁴	a ⁴	a ⁴
a ²	a ⁴	a ⁴	a ⁴	a ⁴
a ³	a ⁴	a ⁴	a ⁴	a ⁴

+	1	a	a ²	a ³
1	a ³	a ³	a ⁴	a ⁴
a	a ³	a ⁴	a ⁴	a ⁴
a ²	a ⁴	a ⁴	a ⁴	a ⁴
a ³	a ⁴	a ⁴	a ⁴	a ⁴

+	1	a	a ²	a ³
1	a ²	a ⁴	a ⁴	a ⁴
a	a ⁴	a ³	a ⁴	a ⁴
a ²	a ⁴	a ⁴	a ⁴	a ⁴
a ³	a ⁴	a ⁴	a ⁴	a ⁴

+	1	a	a ²	a ³
1	a ²	a ³	a ⁴	a ⁴
a	a ³	a ³	a ⁴	a ⁴
a ²	a ⁴	a ⁴	a ⁴	a ⁴
a ³	a ⁴	a ⁴	a ⁴	a ⁴

+	1	a	a ²	a ³
1	a ⁴	a ⁴	a ³	a ⁴
a	a ⁴	a ⁴	a ⁴	a ⁴
a ²	a ³	a ⁴	a ⁴	a ⁴
a ³	a ⁴	a ⁴	a ⁴	a ⁴

+	1	a	a ²	a ³
1	a ⁴	a ³	a ³	a ⁴
a	a ³	a ⁴	a ⁴	a ⁴
a ²	a ³	a ⁴	a ⁴	a ⁴
a ³	a ⁴	a ⁴	a ⁴	a ⁴

+	1	a	a ²	a ³
1	a ³	a ⁴	a ³	a ⁴
a	a ⁴	a ⁴	a ⁴	a ⁴
a ²	a ³	a ⁴	a ⁴	a ⁴
a ³	a ⁴	a ⁴	a ⁴	a ⁴

+	1	a	a ²	a ³
1	a ³	a ³	a ³	a ⁴
a	a ³	a ⁴	a ⁴	a ⁴
a ²	a ³	a ⁴	a ⁴	a ⁴
a ³	a ⁴	a ⁴	a ⁴	a ⁴

+	1	a	a ²	a ³
1	a ²	a ⁴	a ³	a ⁴
a	a ⁴	a ³	a ⁴	a ⁴
a ²	a ³	a ⁴	a ⁴	a ⁴
a ³	a ⁴	a ⁴	a ⁴	a ⁴

+	1	a	a ²	a ³
1	a ²	a ³	a ³	a ⁴
a	a ³	a ³	a ⁴	a ⁴
a ²	a ³	a ⁴	a ⁴	a ⁴
a ³	a ⁴	a ⁴	a ⁴	a ⁴

Имеют место следующие результаты:

Теорема 7. Цикл C циклического полукольца $(*)$ с некоммутативным сложением является циклическим полутелом с образующим элементом a^{ln+1} и единицей a^{ln} для некоторого неотрицательного целого числа n , такого, что $ln \geq k > l(n-1)$.

Теорема 8. В циклическом полукольце $(**)$ с некоммутативным сложением выполняется один из трех случаев:

- 1) $1+a^k=1, a^k+1=a^k$;
- 2) $1+a^k=a^k, a^k+1=1$;
- 3) $1+a^k=a^k, a^k+1=a^k$.

Теорема 9. В циклическом полукольце $(*)$ с некоммутативным сложением, не являющемся левым или правым, для любых $0 \leq i, j \leq k$ имеем $a^i+a^j=a^m$ при $m \geq \max(i, j)$.

Эта теорема служит аналогом теоремы 6 в случае некоммутативного сложения.

Далее классы идемпотентных и неидемпотентных полуколец изучаются отдельно.

Циклические полукольца с идемпотентным некоммутативным сложением. Показано, что в любом таком полукольце $(*)$ сложение сводится к сложе-

нию в циклическом подполукольце с коммутативным сложением и поглощающим элементом по умножению и сложению в цикле, являющемся циклическим полуполем.

Сформулируем соответствующие утверждения.

Теорема 10. *Всякое идемпотентное циклическое полукольцо (**) с некоммутативным сложением имеет либо левое, либо правое сложение.*

Теорема 11. *Пусть в идемпотентном циклическом полукольце (*) сложение не является ни коммутативным, ни левым, ни правым. Тогда:*

1) $1+a^{ln}=a^{ln}+1=a^{ln}$;

2) множество $\{1, a^l, a^{2l}, \dots, a^{nl}\}$ является идемпотентным циклическим подполукольцом в S , имеющим коммутативное сложение и поглощающий элемент a^{nl} ;

3) для любых целых неотрицательных чисел r и s , не сравнимых по модулю l , выполняется равенство $a^r+a^s=a^{r+nl}+a^{s+nl}$.

Циклические полукольца из теоремы 11 существуют и определяются однозначно. Тем самым, описание циклических полуколец данного класса сведено к циклическим полукольцам с идемпотентным коммутативным сложением.

С помощью системы Maple для математических вычислений найдены конечные неидемпотентные циклические полукольца с некоммутативным сложением небольшого порядка. Они достаточно многочисленны и разнообразны – таких полуколец с поглощающим элементом с точностью до изоморфизма: 4 порядка 4, 28 порядка 5, 194 порядка 6.

Циклические полукольца с неидемпотентным некоммутативным сложением.

Перечислим несколько важных свойств циклических полуколец данного класса.

Теорема 12. *Пусть дано неидемпотентное циклическое полукольцо S (*) с некоммутативным сложением. Тогда:*

1) $1+1=a^{il}$ для некоторого натурального числа i , $il \geq 2$, в частности, $1+1=a^l$ в случае короткого хвоста $k \leq l$;

2) $1+a^{ln}=a^{ln}+1=a^{ln}$ при $ln \geq k > l(n-1)$;

3) цикл C полукольца S является его бидеалом, то есть $CS \subseteq C$, $S+C \subseteq C$ и $C+S \subseteq C$.

Найдены необходимые и достаточные условия, при которых из неидемпотентного циклического полукольца с некоммутативным сложением с поглощающим элементом a^k и из циклического полуполя порядка l можно составить циклическое полукольцо (*).

В ряде циклических полуколец (*) с неидемпотентным некоммутативным сложением суммы a^i+a^j элементов равны суммам a^r+a^s соответствующих элементов цикла C . Важнейшим примером такой ситуации служит операция сложения «намотка»:

$$a^i+a^j=a^r+a^s, a^r, a^s \in C, r \equiv i \pmod{l} \text{ и } s \equiv j \pmod{l}.$$

Для нахождения всех циклических полуколец типа (*) с неидемпотент-

ных некоммутативным сложением и коротким хвостом $k \leq l$ написана программа на языке программирования Си. Приведем таблицу количества таких полуколец для всех $k \leq l \leq 12$:

$k \backslash l$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0	2	2	2	2	4	2	2	2	4	2	4
2		2	2	2	2	4	2	2	2	4	2	4
3			2	2	2	4	2	2	2	4	2	4
4				2	2	6	2	2	2	4	2	4
5					2	10	2	2	2	4	2	6
6						6	2	2	2	10	2	6
7							2	2	2	18	2	10
8								2	2	10	2	6
9									2	18	2	18
10										10	2	50
11											2	34
12												18

Комментарий. Найденные полукольца доказывают существование полуколец данного вида со сложением, отличным от «намотки». Из шести подобных полуколец со значениями $k=4$ и $l=6$ ровно четыре имеют сложение «намотка». Столбцы таблицы с номерами $l=2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 11$, сплошь содержащие 2, объясняются следующим фактом: *если длина цикла l есть степень простого числа и $k \leq l$, то существует всего два циклических полукольца (*) с неидемпотентным некоммутативным сложением, и их сложение будет «намоткой».*

Отметим также, что описаны все идеалы и конгруэнции произвольных циклических полуколец. В целом развита структурная теория циклических полуколец. Для окончательного описания класса циклических полуколец остается ответить на несколько вопросов. Сформулируем эти задачи.

1. Установить полную классификацию циклических полуколец с идемпотентным коммутативным сложением.
2. Разобрать случай б) для циклических полуколец с неидемпотентным коммутативным сложением.
3. Уточнить строение циклических полуколец (*) с неидемпотентным некоммутативным сложением при $k > l \geq 2$.
4. Разработать компьютерные программы для нахождения всех циклических полуколец с данными свойствами и параметрами.

Мы видим, что рассмотренный материал вполне подходит для углубленного обучения математике студентов математических направлений подготовки и будущих учителей математики и информатики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп. 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1982. 288 с.
2. Лидл Р., Нидеррайтер Г. Конечные поля. В 2-х т. Т. 1. Пер. с англ. – М.: Мир, 1988. 430 с.

3. Клиффорд А., Престон Г. Алгебраическая теория полугрупп. В 2-х т. Т. 1. Пер. с англ. – М.: Мир, 1972. 286 с.
4. Общая алгебра / Под общ. ред Л.А. Скорнякова. – М.: Наука, Т. 1. 1990. 592 с.; Т. 2. 1991. 480 с.
5. Биркгоф Г., Барти Т. Современная прикладная алгебра. Пер. с англ. – М.: Мир, 1976. 400 с.
6. Гретцер Г. Общая теория решеток. – М.: Мир, 1982. 456 с.
7. Golan J.S. Semirings and their applications. Kluwer Academic Publishers: Dordrecht-Boston-London, 1999. 380 p.
8. Вечтомов Е.М. Введение в полукольца. – Киров: ВГПУ, 2000. 44 с.
9. Вечтомов Е.М., Лубягина Е.Н., Чермных В.В. Элементы теории полуколец. – Киров: Изд-во ООО «Радуга-ПРЕСС», 2012. 228 с.
10. Bestuguev A.S., Vechtomov E.M. Multiplicatively cyclic semirings // XIII Международная научная конференция им. Академика М. Кравчука. – Киев: Национальный технический университет Украины, 2010. С. 39.
11. Бестужев А.С., Вечтомов Е.М., Лубягина И.В. Полукольца с циклическим умножением // Международная конференция «Алгебра и математическая логика», посвященная 100-летию В.В. Морозова. Казань: КФУ, 2011. С. 51–52.
12. Вечтомов Е.М., Лубягина И.В. Циклические полукольца с идемпотентным некоммутативным сложением // Фундаментальная и прикладная математика. 2012. Т. 17. Вып. 1. С. 33–52.
13. Вечтомов Е.М., Орлова И.В. Циклические полукольца с неидемпотентным некоммутативным сложением // Фундаментальная и прикладная математика (в печати).
14. Бестужев А.С. О строении конечных мультипликативно-циклических полуколец // Ярославский педагогический вестник. 2013. Т. III. № 2. С. 14–18.
15. Бестужев А.С. Конечные идемпотентные циклические полукольца // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. 2011. Вып. 13. С. 71–78.
16. Вечтомов Е.М., Бестужев А.С. Циклические полукольца с коммутативным сложением // Вестник Сыктывкарского университета. Серия 1: математика, механика, информатика. 2015. Вып. 20.
17. Вечтомов Е.М., Бестужев А.С., Орлова И.В. Строение циклических полуколец // Сборник материалов IX Всероссийской научной конференции ЭКОМОД-2016 «Математическое моделирование развивающейся экономики, экологии и технологий» [электронный ресурс]. – Киров: изд-во ВятГУ, 2016. С. 21–30.
18. Перевощикова Т.Н. О конечных полукольцах // Вестник ВятГГУ. 2003. № 8. С. 135-137.
19. Vandiver H.S. Note on a simple type of algebra in which cancellation law of addition does not hold // Bull. Amer. Math. Soc. 1934. V. 40. № 12. P. 914–920.
20. Weinert H.J. Zur Theorie der HalbFastkorper // Studia Sci. Math. Hungar. 1981. V. 16. P. 201-218.

MULTIPLICATIVITY IDEMPOTENT SEMIRINGS

E.M. Vechtomov

Fundamental concepts and results of the theory of half rings with cyclic multiplication are considered. The offered material can be used when training students in modern mathematics.

Keywords: cyclic structure, semiring, cyclic semiring, professional mathematic education

Работа выполнена в рамках проектной части госзадания РФ «Функциональная алгебра и полукольца», проект № 1.1375.2014/К.

ИНТЕРНЕТ-ПОДДЕРЖКА ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ КАК СТРАТЕГИЯ САМООБРАЗОВАНИЯ ПЕДАГОГА ЧЕРЕЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СЕТЕВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Е.И. Антонова

Владимирский институт развития образования имени Л.И. Новиковой,
кафедра естественно-математического образования,
кандидат педагогических наук, зав. кафедрой
Россия, 600001, г. Владимир, пр-т Ленина, д. 8а
Тел.: 89036482029, e-mail: antonova-e-i@mail.ru

В статье раскрываются особенности проектирования и внедрения модели интернет-поддержки в системе повышения квалификации учителя математики как стратегии его профессионального развития.

Ключевые слова: интернет-поддержка, профессиональное развитие, модель повышения квалификации, дистанционный курс, программа курса.

Интернет-поддержка профессиональной деятельности учителя математики через использования сетевых технологий является одной из стратегий самообразования педагога.

В профессиональном стандарте педагога определены трудовые действия, выделены необходимые знания и умения современного учителя. Одним из необходимых умений является владение ИКТ-компетентностями: общепользовательской, общепедагогической и предметно-педагогической [5, с. 7].

Сегодня появляется все больше сетевых активностей, связанных с использованием современных ИКТ для поддержки и профессионального роста педагогов, формированием сетевых профессиональных педагогических сообществ. Но существуют и ряд противоречий, между:

- повышением, расширением требований общества к деятельности педагога и недостаточным владением современными сетевыми технологиями;
- стремлением педагогов к профессиональному и личностному развитию и ограниченными возможностями использования Интернет-ресурсов для совершенствования стратегии этого развития;
- необходимостью модернизации системы ПК и отсутствием обоснованной поддержки педагогов на рабочем месте в новых социально-экономических условиях.

Чтобы помочь и поддержать педагога сотрудниками кафедры была разработана модель повышения квалификации учителей математики с включением сетевых технологий в образовательный процесс.

Основной целью являлось выявление организационно-педагогических условий, при которых интернет-поддержка повышения квалификации педагога влияет на его профессиональное развитие.

Методологическую основу нашей программы составили исследования Г.И. Лернера, Е.С. Полат, А.Ю. Уварова, А.В. Хуторского, Е.Н. Ястребцевой и других ученых, которые показали, что использование сетевых технологий фор-

мирует у педагога опыт непрерывного образования, профессионального общения и коллективной деятельности.

В приказе Минобрнауки РФ «Об использовании дистанционных образовательных технологий» указано, что «Интернет-технология (сетевая технология) - это дистанционная образовательная технология (ДОТ), основанная на использовании глобальных и локальных компьютерных сетей для обеспечения доступа обучающихся к информационным образовательным ресурсам и для формирования совокупности методических, организационных, технических и программных средств реализации и управления учебным процессом независимо от места нахождения его субъектов [6].

В работах М.В. Моисеевой, А.В. Мосиной, И.Н. Нахметова, О.С. Лещенко [2, 3, 4] содержатся исследования по подготовке педагогов к работе в сети Интернет, рассмотрены особенности дистанционного обучения в условиях использования ИКТ. Исследователи предлагают разные подходы к понятию «интернет-поддержка», но едины в том, что использование сетевых технологий в образовательном процессе – это и есть «интернет-поддержка» педагога.

Проанализировав имеющиеся взгляды, мы трактуем понятие «интернет-поддержка повышения квалификации педагога» как систему совместной деятельности субъектов учебного процесса, основанную на использовании Интернет-технологий, согласованную с целями и содержанием курсов повышения квалификации и способствующую профессиональному развитию педагога.

В соответствии с этим понятием модель интернет-поддержки образовательного процесса предстает как модель системы деятельности субъектов (преподавателя, тьютора, методиста и учителя), имеющая следующие компоненты:

- цель – создание условий для профессионального развития учителя;
- содержание – работу с информационными, научными, методическими, дидактическими ресурсами;
- инструмент – сетевые технологии;
- форма организации – виртуально-распределенное обучение (по Л.О. Маленковой) [1]. Обучение осуществляется сочетанием очной и заочной форм через выделение аудиторного блока, когда педагоги изучают учебный материал в условиях аудитории и виртуального блока, когда учитель изучает материал самостоятельно в собственном темпе, используя средства ИКТ при поддержке и консультировании преподавателя (тьютора);
- диагностируемый результат – профессиональное развитие учителя.

На первом этапе работы (2011-2012 уч. г.) нами оформлена программа НИР кафедры, проанализированы результаты мониторинга готовности педагогических кадров к работе в новых социально-экономических условиях [7], определен профессиональный облик педагога (по результатам входного и итогового анкетирования слушателей курсов ПК).

Второй этап (2012-2015 г.г.) состоял в проведении формирующего эксперимента: проектирование и внедрение модели интернет-поддержки как стратегии профессионального развития специалиста в системе образования; выявление

ние характера зависимости профессиональной компетентности педагогических кадров от эффективности освоения современных стратегий профессионального развития, разработке программы повышения квалификации учителей математики.

Интернет-поддержка повышения квалификации педагога (модель)

СИСТЕМНЫЕ КУРСЫ (ПО ПРОГРАММЕ ПК), 108 часов		МЕЖКУРСОВОЙ ПЕРИОД (ОРГАНИЗАЦИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПЕДАГОГОВ ЧЕРЕЗ СЕТЕВЫЕ СООБЩЕСТВА) http://www.wiki.vladimir.i-edu.ru В разделах «ФГОС» и «Дистанционные курсы» размещаются материалы для самостоятельного изучения и использования в профессиональной деятельности педагога. В разделе «Новости» размещается информация о вебинарах, веб-конференциях, проводимых как сотрудниками института, так другими образовательными организациями.
Согласно УТП по программе курсов ПК Входная диагностика: анкетирование и тестирование учителей математики		
Группа №1	Группа № 2 (контрольная)	
I сессия – очная, 36 часов Согласно УТП по программе курсов ПК		
II сессия – очная, 36 часов Согласно УТП по программе курсов ПК	II сессия – заочная, 36 часов В РЕЖИМЕ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ www.do.vladimir.i-edu.ru (без отрыва от работы), согласно программе курсов Модуль 3: Проектирование современного урока <i>Итог обучения: разработка и апробация урока, анализ урока, справка – подтверждение</i>	
III сессия – очная, 36 часов Согласно УТП по программе курсов ПК	III сессия – очно-заочная, 36 часов. Согласно УТП по программе курсов ПК. Лекционно-практические занятия. Участие в интернет - мероприятиях (конференциях, вебинарах и т.п.), работа в сетевых профессиональных сообществах, стажировка на базе ОО.	
Форма итогового контроля: тестирование, анкетирование, «Портфолио», итоговая рефлексия		

Для организации дистанционного обучения нами разработан контент «Проектирование современного урока». Знание структуры современного урока, умение конструировать урок с учетом требований ФГОС – основа успешной деятельности каждого учителя.

Программа дистанционного курса содержала 36 часов занятий в режиме дистанционного обучения: лекций, практикумов, вебинаров, участие в работе форума, консультаций через skype или чат, рефлексивных заданий. Участники

курсов обеспечивались материалами по изучаемой тематике, алгоритмическими предписаниями и технологическими разработками.

Материалы по отдельным вопросам данного курса собраны в учебные темы. В данном курсе 5 *учебных тем (модулей)*, в которых содержится некоторая информационная среда: фрагменты первоисточников, таблицы, иллюстрации, практические разработки, образцы и технологии, список литературы, ссылки на сайты в интернете и т.п. Содержание модулей:

- Учебная ситуация как способ реализации деятельностного подхода обучения;
- Проектирование технологической карты урока;
- Современный мультимедийный урок: сущность, структура, этапы моделирования;
- Моделирование урока с использованием современных образовательных технологий;
- Анализ и рефлексия урока.

Прохождение модулей (тем) в соответствии с планом и определенными сроками, выполнение заданий, участие в обсуждениях на форумах, формулирование ответов на поставленные вопросы (рефлексия), разработка собственного продукта – обязательные виды деятельности, получающие соответствующую оценку (зачет/незачет).

Учебные темы, задания курса, иные материалы предполагали наличие у учителя стандартного офисного и сетевого программного обеспечения под операционную систему Windows (или иных программ, поддерживающих doc-файлы).

На третьем этапе (2015-2016 г.г.) нами проведена систематизация, анализ и обобщение результатов исследования; разработаны рекомендации и программы дистанционных курсов для организации учебного процесса повышения квалификации учителей естественно-математического цикла.

В ходе апробации и внедрения модели были определены организационно-педагогические условия, при которых интернет-поддержка повышения квалификации учителя математики может быть реализована и является одной из стратегий его самообразования:

- наличие у учителя мотивации и подготовки, достаточной для организации занятий в форме очно-заочного (дистанционного) обучения;
- наличие у педагога общепользовательской ИКТ-компетенции, достаточной для включения в процесс использования интернет-поддержки;
- разработка контента для организации дистанционного обучения.

Литература

1. Маленкова Л.О. Новые формы организации образовательного процесса. //Электронное научное издание «Письма в Emissia. Offline: электронный научно-педагогический журнал». - СПб., 2006.

2. Моисеева М.В. Координатор как ключевая фигура процесса дистанционного обучения // Дистанционное образование - 2000. - № 1.

3. Мосина А.В., Лещенко О.С. Электронное портфолио преподавателя как форма интернет-поддержки деятельности преподавателя в магистратуре педагогического вуза: Международный конгресс «Информационные технологии в образовании», г. Москва, 2003. Режим доступа: <http://www.ito.su/2003/II/3/II-3-3306.html>

4. Нахметов И.Н. К вопросу о состоянии и динамике информационной компетентности старшеклассников петербургских школ. // Электронное научное издание «Письма в Emissia. Offline: электронный научно-педагогический журнал». - СПб., 2006.

5. Профессиональный стандарт. Педагог. – М.: УЦ Перспектива, 2014. – 24 с.

6. Приказ Минобрнауки РФ от 6.05.2005 № 137 «Об использовании дистанционных образовательных технологий».

7. Фуфыкин В.Н., Харчевникова Е.Л. Аналитический отчет по реализации программы социально-педагогического исследования гражданского самочувствия педагогического сообщества региона – Владимир: ВИПКРО, 2012. – 40 с.

ONLINE-SUPPORT OF PROFESSIONAL ACTIVITY OF MATH TEACHER
AS A STRATEGY OF TEACHER'S SELF-EDUCATION THROUGH
THE USE OF WEB TECHNOLOGIES

E.I. Antonova

The features of projecting and introducing of the model of online-support in the system of re-qualifying of the math teachers as a strategy of their professional development are shown in this article.

Keywords: online-support, professional development, re-qualifying model, distance course, course programm.

АСПЕКТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ВОЕННЫХ СПЕЦИАЛИСТОВ ПРИ ПРОДУКТИВНОМ ПОДХОДЕ К ОБУЧЕНИЮ

С.М. Дорофеев

Тюменское высшее военно-инженерное командное училище имени маршала инженерных войск А.И. Прошлякова, кафедра естественнонаучных и общепрофессиональных дисциплин, кандидат физико-

математических наук, доцент

Россия, 625001, г. Тюмень, ул. Л. Толстого, д. 1

Тел.: 89224703213, e-mail: dorludm@mail.ru

Повышение качества профессиональной подготовки военных специалистов обуславливает необходимость использования новых продуктивных подходов к процессу обучения. В статье рассмотрены вопросы обучения курсантов математике в высшем военно-инженерном командном училище.

Ключевые слова: математика, математическая подготовка, профессиональное образование, новый подход, технологии, познавательная активность.

Реформирование различных сфер деятельности в нашем государстве, связанной с созданием конкурентоспособной экономики, технологической модернизацией и укреплением обороноспособности страны, обусловило необходимость изменений в профессиональной подготовке кадров различного профиля. Решение этой задачи стало возможным путем включения компетентностного подхода в систему профессионального образования, направленного на обновление его содержания и соответствующей среды обучения, совершенствование и выработку новой методологии.

Данный подход затрагивает и систему военного профессионального образования, выполняющего задачу комплектования Вооруженных Сил грамотными военными специалистами.

Сфера осуществления военной деятельности разнообразна и включает множество специализаций. В рамках этих сфер реализуются конкретные установки и ставятся задачи, для выполнения которых специалист должен обладать определенным набором качеств, а также умений и навыков. Поэтому специфика подготовки тех или иных военных специалистов отражена в основных образовательных программах и образовательных программах соответствующих общеобразовательных учреждений.

Одним из направлений подготовки специалистов в военном учебном заведении является инженерный профиль. Необходимость таких специалистов связана не только с непосредственным применением военно-инженерных знаний в действующих войсковых соединениях, но и в проектных институтах соответствующего направления и военно-педагогической деятельности в военных вузах, а также возможностью применения и в гражданских условиях.

Основой в содержании подготовки военно-инженерных специалистов должна стать фундаментализация знаний и формирование инновационного мышления. Это требует новых подходов к образовательным процессам, опира-

ющимся на использование продуктивных методов освоения знаний и активизации познавательной деятельности обучающихся.

Значительная роль в подготовке военных инженеров принадлежит математике. Являясь самостоятельной дисциплиной в учебной программе, она предшествует освоению последующих общетехнических и специальных дисциплин, формирующих техническую составляющую компетентности инженера.

Принятие тех или иных инженерных решений в области военной деятельности во многом зависит от правильности применения математического аппарата и математических методов, выбранных для их обоснования.

Поэтому основной целью дисциплины «Математика» является фундаментальная математическая подготовка выпускников к военно-профессиональной деятельности, развитие математического мышления. К задачам относятся: овладение основами математического аппарата, необходимого для решения теоретических и практических задач; формирование математического аспекта компетентности курсанта, обеспечивающего его готовность и способность решать математическими методами инженерно - технические задачи.

Поскольку математика является точной наукой, и к объектам изучения дисциплины относится ряд математических теорий, то для достижения образовательной цели необходим выбор определенных активных форм и методов проведения аудиторных занятий. То есть таких занятий, которые побуждают обучающихся к активным действиям, заставляют их включаться в изучение материала [1].

Современный компетентностный подход в обучении подразумевает создание дидактических и психологических условий, в которых обучающийся может проявить не только интеллектуальную и познавательную активность, но и личностную социальную позицию, свою индивидуальность, выразить себя как субъект обучения [2]. Преподаватель же, используя какую-либо технологию или метод обучения, координирует процесс познания и управляет им.

Усвоение математических знаний курсантами высшего военно-инженерного командного училища города Тюмени осуществляется посредством лекций, практических занятий и лабораторных работ, а также самостоятельной подготовки. При этом используются такие типы образовательных технологий как: формально-репродуктивные и продуктивные, предполагающие, соответственно, объяснительно-иллюстративные и проблемные, а также частично-поисковые методы обучения.

В процессе обучения математике широко используются лекции-визуализации, включающие использование нового принципа наглядности. Презентационные материалы, созданные в программе Power Point из пакета Microsoft Office, содержат иллюстрированный материал и опорные сведения по каждой лекции, которые могут быть использованы как преподавателем на лекции, так и курсантом при подготовке к занятиям.

Для вовлечения курсантов в мыслительный процесс с целью формирования у них способности высказывать свою точку зрения используется лекция-

диалог преподавателя и обучающихся.

Активизация познавательной деятельности курсантов осуществляется и через постановку проблемных вопросов в ряде лекций по теме «Интегральное исчисление функции одной переменной».

Частично-поисковые методы способствует развитию мышления и формированию самостоятельности обучающихся. Применяются они, например, на практических занятиях: «Непосредственное интегрирование» и «Метод подстановки (замены переменных)».

Выполнение сложных вычислительных операций с использованием компьютера и программа Excel из пакета Microsoft Office применяются при проведении лабораторных работ.

Таблица 1

Образовательные технологии обучения курсантов

Специфическое условие	Образовательная технология
Разный уровень школьной подготовки, понимания и освоения математики	Индивидуальный подход к обучению: от подготовки курсантов к участию в научных конкурсах, конференциях, олимпиадах до индивидуального консультирования по изучаемому учебному материалу
	Использование элементов образовательной технологии «Уровневая дифференциация»
Частичное отсутствие курсантов на учебных занятиях в связи с выполнением ими военно-профессиональных обязанностей	Изучение на следующем занятии пройденного учебного материала в сжатом виде
	Использование учебно-методических пособий, разработанных преподавателями по всем изучаемым темам для курсантов
Использование не по назначению отведённого для самоподготовки курсантов времени в связи военно-профессиональной деятельностью и аудитории, выделяемой для этой цели	Повторение на занятии пройденного учебного материала
	Проведение преподавателем консультаций, причем преподаватели идут к курсантам, а не наоборот
	Использование созданных преподавателями пособий для курсантов с заданиями к каждому следующему учебному занятию
Обучение иностранных военнослужащих с разным уровнем подготовки по русскому языку и математике	Проведение дополнительных занятий для адаптации к изучению математики на русском языке
	Разработка и внедрение моделей и тренажеров в виде «образов» математических понятий и действий в сотрудничестве с курсантами
Разные умения курсантов оценить и организовать себя, разные виды мотивации к изучению математики	Использование разработанного учебно-методического пособия для курсантов «Дневник самообразования»

Использование информационных технологий в учебном процессе включает применение обучающих программ и проведение занятий в компьютерных классах; использование интерактивной доски, проекторов и других технических средств обучения.

В последнее время в военном училище широко используются различные технологии обучения и формирования профессиональных знаний и навыков, позволяющие оптимизировать процесс освоения знаний и активизировать познавательную деятельность курсантов. Однако специфичность образовательного процесса в военных учебных заведениях не позволяет использовать их в полном объеме, а только в виде элементов.

В таблице 1 приведены примеры некоторых образовательных технологий обучения курсантов математике, используемые преподавателями на локальном уровне (кафедра, учебные занятия) в зависимости от специфических условий образовательной среды военного вуза.

В целом, использование активных методов обучения и продуктивных образовательных технологий позитивно сказывается на отношении курсантов к изучению математики, а также способствует более качественному формированию профессиональных знаний, умений и навыков.

ЛИТЕРАТУРА

1. Активные и интерактивные образовательные технологии (формы проведения занятий) в высшей школе: учебное пособие / сост. Т.Г. Мухина. – Н.Новгород: ННГАСУ, 2013. – 97 с.
2. Современные технологии обучения в вузе (опыт НИУ ВШЭв Санкт-Петербурге). Методическое пособие. - Отдел оперативной полиграфии НИУ ВШЭ - Санкт-Петербург, 2011. - 134 с.

ASPECTS OF MATHEMATICAL TRAINING OF MILITARY SPECIALISTS

S.M. Dorofeev

Achieving effective results of training is an actual problem of present-day education. Questions of mathematical training of students in the higher military-engineering command school are considered in the article.

Key words: mathematics, mathematical training, professional education, new approach, technology, cognitive activity.

ЭЛЕМЕНТЫ ПРОДУКТИВНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ОБУЧЕНИЯ В ПРЕПОДАВАНИИ ДИСЦИПЛИНЫ «ЭЛЕМЕНТАРНАЯ МАТЕМАТИКА»

С.В. Менькова

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Арзамасский филиал, физико-математический факультет, кафедра физико-математического образования, кандидат педагогических наук, доцент
Россия, 607220, Нижегородская обл., г. Арзамас, ул. К. Маркса, д. 36
Тел.: 89159429671, e-mail: svetlana.menckova@yandex.ru

В статье рассмотрены методические особенности применения элементов продуктивных технологий обучения при проведении практических занятий по дисциплине «Элементарная математика» у будущих учителей математики.

Ключевые слова: технологии продуктивного обучения, элементарная математика.

Введение новых стандартов в системе высшего профессионального образования стало причиной модернизации его содержания, внедрения новых образовательных технологий. В частности, в образовательном процессе вуза всё более активно применяются технологии продуктивного обучения.

Важнейшей чертой продуктивного обучения является создание обучаемыми личностной образовательной продукции: интеллектуальных открытий, задач, гипотез, проектов и т.п. Математические дисциплины обладают богатым потенциалом в плане реализации продуктивного обучения.

Дисциплину «Элементарная математика» по праву называют – основой методической подготовки будущих учителей математики. Изучение дисциплины «Элементарная математика» призвано способствовать формированию у будущих учителей математики не только профессиональных специализированных компетенций, связанных непосредственно с владением содержанием и методами элементарной математики, но и профессиональных компетенций, предусматривающих формирование способности использовать современные методы и технологии обучения и диагностики. При изучении курса элементарной математики происходит интеграция методической и математической подготовки будущих учителей, поскольку студенты не только совершенствуют свою математическую подготовку, но и расширяют свои представления о современных методах, формах, продуктивных технологиях обучения.

В основе продуктивного обучения лежит принцип Джона Дьюи «learning by doing» – «обучение через деятельность». Основным видом деятельности студентов на занятиях по элементарной математике является решение математических задач. Состояние математической подготовки обучаемых, глубина усвоения учебного материала характеризуется, в первую очередь, умением решать задачи, причем не только стандартные, но и нестандартные, требующие известной независимости мышления, оригинальности, изобретательности. Проблемные, поисковые, исследовательские задачи, задания на поиски ошибок, задачи с

избыточными, недостающими или противоречивыми данными способствуют развитию продуктивного мышления [1].

Курс элементарной математики служит формированию у студентов определенных методических представлений, связанных с обучением решению задач, в том числе и с использованием систем задач при обучении математике. Для осознания студентами роли и места систем задач в процессе обучения математике, важно обучать студентов через решение ими систем задач, раскрывая их потенциал при изучении нового материала, при овладении методами решения задач, при повторении и систематизации, показывая возможности использования на каждом этапе процесса обучения от актуализации и мотивации до контроля и рефлексии.

Характерной чертой продуктивных технологий обучения является самостоятельное «открытие» новых знаний, «открытие», полученное в процессе самостоятельной деятельности студентов (преимущественно специально организованной преподавателем). При реализации продуктивного обучения велика роль активных и интерактивных методов обучения.

Приведем пример. Открытие нового метода решения задач может быть осуществлено в процессе «мозгового штурма». Студентам в начале занятия был предложен список уравнений и неравенств. Тема занятия студентам не сообщалась.

$$1) \left(\sqrt{x^2 - 6x + 5} + 1 \right) \log_5 \frac{x}{5} + \frac{1}{x} \left(\sqrt{12x - 2x^2 - 10} + 1 \right) > 0$$

$$2) |\lg(x-2)| + 1 = -\cos \pi x$$

$$3) \sin(x^3 + 2x^2 + 1) = x^2 + 2x + 3$$

$$4) 2003 \sqrt[4]{x^2 - 4} + 2004 \sqrt{4 - x^2} = \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$$

$$5) 3(\sqrt{3} - \sin 12\pi x)(\sqrt{3} + \sin 12\pi x) = 27 + (4x - 5)^2$$

$$6) (e^{\sin \pi x} - \cos \pi x)^2 + (x - 4)^2 = 0$$

$$7) 3 \cos^2 x \geq 3 + |\log_5(x^2 - 4x + 1)|$$

$$8) \frac{x}{3} + \frac{3}{x} = \log_3(6x - x^2)$$

$$9) 2 \cos x = 2^x + 2^{-x}$$

$$10) \sin x \cdot 3^{\sin x + 2} = (\sqrt{3} - \sin x) \cdot 3^{\sqrt{3} + 2 - \sin x}$$

$$11) 4x - 3|x - 1| = 4\sqrt{5x + 14} - 3|\sqrt{5x + 14} - 1|$$

$$12) x^{10} - (12x + 13)^5 = 23 \sin(12x + 13) - 23 \sin x^2$$

$$13) \sqrt[4]{x - 1} + 2\sqrt[3]{3x + 2} = 4 + \sqrt{3 - x}$$

$$14) \sqrt[6]{x} + 2x^3 + \log_3(x + 2) - \sqrt{1 - x} < 4$$

$$15) x^5 + x^3 - \sqrt{1 - 3x} + 4 = 0.$$

Задание для «мозгового штурма»: 1. Наметить идеи решения предложенных уравнений и неравенств. 2. Разбить уравнения и неравенства на группы в соответствии с общностью идеи решения. 3. Сформулировать тему занятия.

Студенты смогли из предложенных уравнений и неравенств выделить несколько групп. В первую группу вошли уравнения и неравенства (№ 1, 4), область допустимых значений которых, состоит из одного – двух чисел (При их решении нет необходимости проводить какие-либо преобразования, достаточно проверить, является или нет каждое из этих чисел решением уравнения (неравенства)). Во вторую группу были определены уравнения и неравенства, содержащие ограниченные функции (№ 2, 3, 5, 6). В третью группу были включены уравнения и неравенства, содержащие функции разной монотонности (№ 13, 14, 15). В четвертой группе оказались уравнения, идея решения которых не была найдена (№7-11). Хотя структурная схожесть нескольких из них была обнаружена (№ 10, 11, 12). Далее в ходе реализации предложенных идей, оформлялось решение уравнений и неравенств, уточнялась суть и теоретическая база использованных приемов. Некоторые уравнений и неравенств, первоначально попавшие в четвертую группу (№ 7, 8, 9), были переведены во вторую группу. Несколько эвристик, предложенных преподавателем, позволили найти идею решения уравнений из четвертой группы. Студенты с удивлением обнаружили, что при решении уравнений и неравенств, оставшихся в четвертой группе, ключевой идеей является также использование монотонности функции. Поэтому задания этой группы были переведены в соответствующую группу. Первоначальная формулировка темы занятия, данная студентами, – «Нестандартные методы решения уравнений и неравенств» – потребовала уточнения. Действительно, приемы решения уравнений и неравенств, основанные на использовании свойств функций, чаще всего школьникам и студентам представляются нестандартными. Уточненная формулировка темы занятия «Использование свойств функции при решении уравнений и неравенств» была дана уже в конце занятия. Тогда же перед студентами был поставлен вопрос: «Какие свойства функций не нашли применения при решении уравнений и неравенств на занятии». Задание для самостоятельной работы напрашивалось само собой: подобрать уравнения и неравенства, при решении которых используются свойства четности, нечетности, непрерывности функций.

Курс элементарной математики должен быть направлен не только на ознакомление с определенными типами задач и способами их решения, но и на овладение методами и приемами составления задач и создания различных задачных конструкций. Для будущих учителей математики умение составлять задачи и конструировать задачные конструкции – необходимое профессиональное умение. Деятельность по составлению задач чрезвычайно полезна для студентов, поскольку способствует осознанию сущности изучаемых методов решения задач, связей между решенными и новыми, более трудными задачами, развивает творческую активность. При изучении различных методов решения задач элементарной математики студентам целесообразно предлагать задание: придум-

мать задачу, решаемую изучаемым методом. Основными приемами, используемыми при конструировании задач, являются: варьирование числовых данных, изменение геометрической конфигурации (расположений объектов), изменение сюжета (фабулы) задачи, переформулировка условия задачи, включение дополнительных требований, замена требования исходной задачи более сильным (исходная задача будет являться подзадачей исходной), расширение условия исходной задачи и формулирование нового требования, обобщение задачи, конкретизация и др. [2]. Студенты, как правило, с увлечением включаются в работу. Результат – готовый продукт – новые задачи.

Приведем в качестве примера неравенства, решаемые методом рационализации, составленные студентами:

$$\frac{\sqrt{x^2 - 3x + 2} - \sqrt{x - 2}}{\sqrt{x^2 - 5x + 6} - \sqrt{x^2 + 2x + 4}} \leq 0, \quad \frac{(2^x - 2)(4^{x^2 + 2x - 2} - 4^x)(2^{-x} - 8)}{x^2 - 5x + 6} \leq 0,$$

$$\frac{\lg(3x^2 - 3x + 7) - \lg(6 + x - x^2)}{(3^{10x-3} - 3^2)} \geq 0.$$

Для будущих учителей математики полезен опыт составления заданий для диагностики овладения базовыми понятиями и сформированности основных умений. Практика использования на занятиях по элементарной математике проверочных работ, разработанных, самими студентами, подтвердила эффективность такой работы.

Одним из популярных вариантов практической реализации идей продуктивного обучения является использование в процессе обучения проектной деятельности. В ходе изучения курса элементарной математики студенты получают опыт участия в проектной деятельности, выполняя различные по цели и длительности проекты. Большая часть проектов имеют методическую направленность (в этом плане их можно назвать практико-ориентированными). Работу над проектом «Сборник творческих задач по элементарной математике» (накопление задач, оформление их решений) студенты проводят на протяжении целого семестра. Кроме этого каждый студент представляет краткосрочный проект по одной из тем, изучаемых в курсе элементарной математики (это может быть полезная теорема, не вошедшая в школьный курс математики, нестандартный метод решения задач и т.п.). В ходе представления проекта (который оформляется в виде презентации), студент знакомит однокурсников с теорией и организует работу группы по решению задач на применение этой теории.

Опыт продуктивной деятельности, полученный будущим учителем при обучении в вузе, поможет ему в будущем организовать продуктивную деятельность школьников.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ерофеева Л.Н., Лещева С.В., Менькова С.В. Применение технологии развития критического мышления в лекционном преподавании математических дисциплин // Вестник НГТУ им. Р.Е. Алексеева. Серия: Управление в социальных системах. Коммуникативные технологии. 2013. № 4. С. 87-101.

2. Менькова С.В. О формировании у будущих учителей математики умения составлять задачи-аналоги и конструировать их окрестности // Научный альманах. 2015. № 8 (10). С. 580-583.

THE ELEMENTS OF PRODUCTIVE LEARNING TECHNOLOGIES IN TEACHING
«ELEMENTARY MATHEMATICS» BACHELOR OF TRAINING
«PEDAGOGICAL EDUCATION»

S.V. Menkova

The article describes the methodological features of application of the elements of the productive technologies of training in conducting practical classes on discipline "Elementary mathematics" for future teachers of mathematics.

Keywords: technologies of productive learning, elementary mathematics.

Статья подготовлена по результатам научно-исследовательской работы № 2954: Видовое многообразие задачных конструкций продуктивного обучения математике, выполняемой в рамках базовой части государственного задания в сфере научной деятельности по заданию №2014/134.

О ПРОДУКТИВНОМ ПОДХОДЕ К ОРГАНИЗАЦИИ ЗАНЯТИЙ ПО МЕТОДИКЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ НАПРАВЛЕНИЙ

С.В. Миронова

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Арзамасский филиал, физико-математический факультет, кафедра физико-математического образования, кандидат педагогических наук, доцент
Россия, 607220, Нижегородская обл., г. Арзамас, ул. К. Маркса, д. 36
Тел.: 89101285616, e-mail: svetochka.arz@mail.ru

В представленной статье говорится о необходимости использования продуктивного подхода к организации занятий по методике обучения математике со студентами педагогических направлений, предлагается два варианта решения этой проблемы – использование системы специальных заданий в аудиторной работе и применение особых учебно-исследовательских проектных работ в самостоятельной деятельности студентов.

Ключевые слова: продуктивный подход к обучению, методика обучения математике, высшее педагогическое образование, многоуровневые методические задания, учебно-исследовательские проектные работы.

Введение новых стандартов в высшее образование потребовало от преподавателя вуза изменения подходов к организации занятий и всего учебного процесса по каждой дисциплине с учетом необходимости формирования у студентов продуктивных видов деятельности. Особое значение в этом направлении следует уделить методической подготовке будущих учителей, в частности, учителей математики. Освоение ими продуктивных видов деятельности становится залогом внедрения и использования этих видов деятельности в процесс обучения математике современных школьников.

При построении практических занятий по методике обучения математике для повышения продуктивности деятельности студентов следует использовать системы специальных заданий, требующих нацеленности на достижение методического результата, получения продукта, востребованного в процессе обучения школьников. Проиллюстрируем сказанное на примере одного из занятий по теме «Показательная и логарифмическая функции в курсе алгебры и начал анализа».

Целью изучения темы является формирование систематизированных знаний, умений и навыков построения методической системы изучения показательной и логарифмической функций в старших классах.

Изучение темы направлено на формирование следующих *компетенций*:

- готовности сознавать социальную значимость своей будущей профессии в аспекте развития необходимых основ содержания и методики обучения учащихся старших классов свойствам некоторых классов элементарных функций (показательной и логарифмической), а также мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности в области обучения старшеклассников указан-

ному содержанию на основе современных образовательных технологий;

- способности осуществлять обучение, воспитание и развитие учащихся старших классов в ходе изучения алгебры и начал математического анализа с учетом социальных, возрастных, психофизических и индивидуальных особенностей, в том числе особых образовательных потребностей выпускников средней школы;

- готовности реализовывать образовательные программы по алгебре и началам математического анализа в соответствии с требованиями образовательных стандартов;

- способности использовать современные методы и технологии обучения старшеклассников свойствам элементарных функций (показательной и логарифмической) и диагностики;

- способности проектировать образовательные программы по формированию основных дидактических единиц тем «Показательная функция» и «Логарифмическая функция».

Задания уровня «Знать»

Ответьте на следующие вопросы:

1. Какие опорные знания необходимо актуализировать перед изучением тем «Показательная функция» и «Логарифмическая функция»?

2. Какова общая методическая схема изучения функций в старших классах?

3. Какие основные свойства функций изучаются школьниками?

Задания уровня «Уметь»

1. Укажите основные дидактические единицы тем «Показательная функция» и «Логарифмическая функция» по одному из учебных пособий, заполнив следующую таблицу:

Таблица 1

Название темы	Основные понятия (определения)	Изучаемые свойства (способ обоснования)	Теоремы (метод доказательства)	Правила и алгоритмы

2. Составьте фрагмент рабочей программы по курсу «Алгебра и начала математического анализа» по одному из учебных пособий, тематическое планирование только для тем «Показательная функция» и «Логарифмическая функция», придерживаясь следующей структуры (см. таблицу 2):

Таблица 2

№ урока	Тема урока (тип)	Дата проведения	Элементы содержания	Требования к результатам		Контрольно-оценочная деятельность	
				УУД	ЗУН	Вид	Форма

3. Опишите приемы решения ключевых задач по темам «Показательная функция» и «Логарифмическая функция» по следующему плану:

- тип задачи;
- основа способа решения;
- пример решения задачи указанного типа.

Задания уровня «Владеть»

Разработайте технологическую карту урока изучения нового материала на основе технологии УДЕ по одной из следующих тем:

- 1) Показательная функция, ее свойства и график
- 2) Показательные уравнения
- 3) Показательные неравенства
- 4) Системы показательных уравнений и неравенств
- 5) Логарифмы
- 6) Свойства логарифмов
- 7) Десятичные и натуральные логарифмы
- 8) Логарифмическая функция, ее свойства и график
- 9) Логарифмические уравнения
- 10) Логарифмические неравенства

Замечание: При оформлении технологической карты необходимо отразить: предмет; класс; автора УМК; тему урока; тип урока; цель урока.

Задачи урока (с указанием познавательных, регулятивных и коммуникативных УУД)

Этап урока	Деятельность учителя (осуществляемые действия)	Деятельность учащихся					
		Познавательные		Коммуникативные		Регулятивные	
		осуществляемые действия	формируемые способы деятельности	осуществляемые действия	формируемые способы деятельности	осуществляемые действия	формируемые способы деятельности

Кроме того, для формирования навыков продуктивной деятельности у студентов можно задействовать и резервы самостоятельной работы по предмету, которую целесообразно организовать в форме выполнения проектных заданий. Основное содержание проектной работы должно отражать следующие положения:

1. Обзор математической и методической литературы по теме:

- выходные данные,
- краткая аннотация,
- собственная качественная оценка источника.

2. Общая характеристика темы:

- особенности и роль темы в математической науке (включая историческую справку) и школьном курсе математики;

- инвариантное содержание темы по различным учебным пособиям;
- сравнительный анализ содержания темы в различных школьных учебниках;

3. Логико-дидактический анализ темы по одному из учебных пособий.

4. Фрагмент рабочей программы по данной теме.

5. Подробные технологические карты по одному-двум урокам темы.

А тематика может быть, например, такой:

1. Особенности преподавания геометрии в гуманитарных классах. Проект изучения темы «Векторы в пространстве». Урок изучения нового по теме «Векторный метод решения стереометрических задач».

2. Изучение темы «Метод координат в пространстве». Приемы включения школьников в математическую деятельность при изучении темы. Урок-лекция по решению ключевых задач.

3. Особенности работы в классах с углубленным изучением математики. Проект изучения темы «Преобразования пространства» в математическом классе [1].

Такой подход к организации практических занятий по методике обучения математике и самостоятельной работы по дисциплине способствует формированию у студентов продуктивных видов деятельности, что в дальнейшей профессиональной деятельности будущих учителей математики позволит им достаточно эффективно внедрять и использовать эти вид деятельности в процесс обучения математике школьников.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баранова Е.В., Менькова С.В., Миронова С.В. Практикум по методике обучения математике: компетентностный и системно-деятельностный подходы: Учебно-методическое пособие. – Арзамас: Арзамасский филиал ННГУ, 2016. – 104 с.

ABOUT PRODUCTIVE APPROACH TO THE ORGANIZATION OF CLASSES IN THE TECHNIQUE OF TRAINING IN MATHEMATICS OF STUDENTS OF THE PEDAGOGICAL DIRECTIONS

S.V. Mironova

In the provided article it is told about need of use of productive approach to the organization of classes in a technique of training in mathematics with students of the pedagogical directions, two versions of the solution of this problem – use of system of special tasks in classroom work and application of special educational and research project works in independent activities of students are offered.

Keywords: productive approach to training, technique of training in mathematics, the higher pedagogical education, multi-level methodical tasks, educational and research project works.

Статья подготовлена по результатам научно-исследовательской работы № 2954: Видовое многообразие задачных конструкций продуктивного обучения математике, выполняемой в рамках базовой части государственного задания в сфере научной деятельности по заданию №2014/134.

О ПРОДУКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ WEB-КВЕСТ ТЕХНОЛОГИИ В ПРОФЕССИОНАЛЬНОМ СТАНОВЛЕНИИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

С.В. Напалков

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского», Арзамасский филиал ННГУ, физико-математический факультет, кафедра прикладной информатики, кандидат педагогических наук, доцент
Россия, 607220, Нижегородская обл., г. Арзамас, ул. К. Маркса, д. 36
Тел.: 89506200330, e-mail: nsv-52@mail.ru

В статье описывается образовательная Web-квест технология, в частности, тематические образовательные Web-квесты, которая позволяет посредством поисково-познавательных заданий формировать у студентов систему знаний, умений, навыков в области элементарной математики. Такая система нацелена на процесс продуктивного использования современных образовательных технологий в профессиональном становлении будущих учителей математики.

Ключевые слова: образовательная Web-квест технология, продуктивные технологии, тематический образовательный Web-квест, элементарная математика, высшая школа.

Инновационное развитие страны затрагивает не только производственные и экономические сферы деятельности, но и сферу образования. Образовательные программы, разработанные в соответствии с новейшими государственными образовательными стандартами, обладают особенностью: нацеленностью на формирование у обучающихся готовности к инновационной деятельности, основанной на высоком уровне овладения кластером компетенций.

Процесс изучения дисциплины «Практикум по решению задач элементарной математики» направлен на формирование у студентов следующих компетенций: владение культурой мышления, способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения; способностью использовать знания о современной естественнонаучной картине мира в образовательной и профессиональной деятельности, применять методы математической обработки информации, теоретического и экспериментального исследования; способностью работать с информацией в глобальных компьютерных сетях; осознание социальной значимости своей будущей профессии, обладание мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности; владение основами речевой профессиональной культуры; способностью разрабатывать и реализовывать учебные программы базовых и элективных курсов в различных образовательных учреждениях [1].

Для достижения указанных компетенций необходимо внедрять современные методические разработки и интерактивное обучение студентов, направленных на продуктивность результатов их деятельности. Каждое занятие должно быть построено на основе организации самостоятельной познавательной деятельности студентов посредством использования Web-квест технологий.

Наш выбор определён тематическими образовательными Web-квестами, под которыми понимаем такой Web-квест, который имеет информационный контент, определяющийся содержанием учебной темы, целями и задачами заключительного этапа её изучения и предполагает выполнение заданий с использованием Интернет-ресурсов, способствующих развитию познавательной самостоятельности студентов. Его информационный контент включает в себя пять основных компонентов: теория (дополнительная информация, учебно-познавательные задания, позволяющие углубить имеющиеся знания, получить целостное представление о их месте и роли в изучаемой теории), приложения (сведения и учебно-познавательные задания, расширяющие представления о возможных применениях изученного в учебной теме математического аппарата), проблемы (информация и учебно-познавательные задания исследовательского характера, позволяющие отыскивать или открывать неизвестные студентам факты, закономерности, свойства, формулы или сведения, связанные с учебным материалом изученной темы), архивы (сведения историко-биографического характера, касающиеся учебного материала темы, и учебно-познавательные задания по их упорядочиванию, хронологическому или сюжетному представлению) и ошибки (информация о больших и малых заблуждениях, курьёзных случаях, распространённых или единичных ошибках по учебному материалу темы, имевших место когда-либо или с кем-либо, а также учебно-познавательные задания по их анализу и отысканию возможных путей предупреждения), которые охватывают наиболее значимые направления методической работы [4].

Наполнение указанных компонентов информационного контента тематического образовательного Web-квеста определяют, прежде всего, поисково-познавательные задания, они образуют задачуную конструкцию особого рода, имеющую своё композиционное построение, функциональную направленность и лексическую форму. Выполнение такого рода заданий в малых группах или индивидуально позволяет педагогу организовать проектную деятельность студентов, а самим студентам сформировать соответствующие навыки создания проектов, нацеленных на продуктивность использования Web-квест технологии [2].

Далее приведем примеры поисково-познавательных в информационном контенте тематического образовательного Web-квеста заданий по теме «Каноническое разложение натуральных чисел. Простые числа. Основная теорема арифметики».

	<Узнать>	<Создать>
Архивы	<ul style="list-style-type: none"> - как возникло понятие простого числа? - когда и как появилась проблема находить разложение натурального числа на простые множители? - кто из учёных математиков внёс вклад в создание и развитие способов нахождения простых чисел? 	<ul style="list-style-type: none"> - хронологию познания человеком свойств простых чисел; - галерею учёных-математиков, внёсший свой вклад в развитие способов нахождения простых чисел; - библиографию научных трудов, посвящённых каноническому разложению натуральных чисел.
Теория	<ul style="list-style-type: none"> - различные определения понятий, используемых в теории простых чисел; 	<ul style="list-style-type: none"> - тезаурус темы «Каноническое разложение простых чисел»;

	<ul style="list-style-type: none"> - взаимосвязи изученных понятий темы «Простые числа» друг с другом; - зависимости, отражённые в формулировках утверждений, касающихся канонического разложения простых чисел. 	<ul style="list-style-type: none"> - опорный конспект темы «Простые числа»; - структурно-логическую схему системы понятий темы «Простые числа».
Приложения	<ul style="list-style-type: none"> - встречается ли человек в быту (в повседневной жизни) с простыми числами? - в каких сферах производственной деятельности вероятнее всего человеку приходится встречаться с каноническим разложением натуральных чисел? - в каких науках учёные имеют дело с основной теоремой арифметики? 	<ul style="list-style-type: none"> - карту приложений канонического разложения натуральных чисел; - подборку прикладных задач, решаемых с использованием канонического разложения натуральных чисел (технической направленности); - подборку прикладных задач, решаемых с использованием основной теоремы арифметики (общекультурного назначения).
Проблемы	<ul style="list-style-type: none"> - какие свойства канонического разложения натуральных чисел применяются при доказательстве основной теоремы арифметики? - какие свойства канонического разложения натуральных чисел применяются при решении задач? - как применяется основная теорема арифметики при решении нестандартных задач по математике? 	<ul style="list-style-type: none"> - презентацию «Проблема канонического разложения натуральных чисел»; - анимационную презентацию «Простые числа в различных системах счисления»; - памятку «Что нужно знать для решения задач с использованием свойств простых и составных чисел».
Ошибки	<ul style="list-style-type: none"> - распространённые ошибки, допускаемые при решении задач на поиск простых делителей составного числа; - заблуждения (недоразумения), связанные со свойствами простых чисел; - математические софизмы, связанные со свойствами простых чисел. 	<ul style="list-style-type: none"> - банк математических ошибок по теме «Простые числа»; - памятку «Так нельзя применять свойства канонического разложения натуральных чисел»; - плакат-предостережение «Осторожно, ошибка!».

Продуктивность использования поисково-познавательных заданий, в профильном становлении будущих учителей математики, будет отражена в каждом из компонентов тематического образовательного Web-квеста в подкомпоненте «Оформить» [3]. А именно, в компоненте «Архивы» после изучения темы студентам необходимо создать проект-реферат «Исторический экскурс – простые числа»; «Теория» – проект-реферат «Анализ развития способов канонического разложения натуральных чисел»; «Приложения» – исследовательскую работу «Применение основной теоремы арифметики»; «Проблемы» – исследовательскую работу «Исследование использования свойств простых и составных чисел в нестандартных ситуациях»; «Ошибки» – проект-презентацию «Ошибки и софизмы по свойствам простых чисел».

При выполнении поисково-познавательных заданий тематического образовательного Web-квеста у студентов формируется система знаний, умений, навыков в области элементарной математики, соответствующие основным профессиональным компетенциям, создаётся необходимая теоретическая база для решения задач, направленная на продуктивное использование современных образовательных технологий в профильном становлении будущих учителей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арюткина С.В., Напалков С.В. Практикум решения задач школьной математики: применение Web-квест технологии: учебно-методическое пособие для студентов филиала,

обучающихся по направлению подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование»: профили «Математика и Физика». – Арзамас, 2015. – 85 с.

2. Арюткина С.В., Напалков С.В. Специфика заданий и задачных конструкций информационного контента образовательного Web-квеста по математике: монография; Арзамасский филиал ННГУ. – Арзамас, 2015. – 109 с.

3. Напалков С.В. Конструирование заданий для электронных образовательных ресурсов в соответствии с требованиями ФГОС по математике // Нижегородское образование. – 2014. – № 3. – С. 126-131.

4. Напалков С.В. Тематические образовательные Web-квесты как средство развития познавательной самостоятельности учащихся при обучении алгебре в основной школе: дис. ... канд. пед. наук. – Саранск, 2013. – 166 с.

ABOUT PRODUCTIVITY OF USE TECHNOLOGY WEB QUEST IN PROFESSIONAL FORMATION OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS

S.V. Napalkov

In article the Web quest technology, in particular, thematic educational Web quests which allows by means of search and informative tasks to create at students system of knowledge, abilities, skills in the field of elementary mathematics is described educational. Such system is aimed at process of productive use of modern educational technologies in professional formation of future mathematics teachers.

Keywords: educational Web quest technology, productive technologies, thematic educational Web quest, elementary mathematics, the higher school.

Статья подготовлена по результатам научно-исследовательской работы № 2954: Видовое многообразие задачных конструкций продуктивного обучения математике, выполняемой в рамках базовой части государственного задания в сфере научной деятельности по заданию №2014/134.

ТЕХНОЛОГИИ ПРОДУКТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ ОСНОВАМ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

М.Е. Сангалова

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Арзамасский филиал, физико-математический факультет, кафедра физико-математического образования,

кандидат педагогических наук, доцент

Россия, 607220, Нижегородская обл., г. Арзамас, ул. К. Маркса, д. 36

Тел.: 89101279535, e-mail: smolyanka77@mail.ru

В статье обсуждается проблема обора технологий продуктивного обучения математике в соответствии с действующими образовательными стандартами. Подробно описываются все аспекты определения технологий для дисциплины «Основы математической обработки информации».

Ключевые слова: технологии продуктивного обучения, метод проектов, портфолио, основы математической обработки информации.

Вопрос о технологиях продуктивного обучения в высшей школе получил новое развитие в связи с переходом на федеральные государственные образовательные стандарты (ФГОС). В соответствии с ними технологии уже не являются простым инструментом передачи содержания обучения, но, сохраняя зависимость от него, они стали приобретать некоторое самостоятельное значение. Так исследователи отмечают, что именно с помощью технологий обучения возможно формирование ключевых компетенций, необходимых для осуществления профессиональной деятельности. От претендента требуется наличие организационных и коммуникативных компетенций. А для их формирования необходимо вырабатывать такие качества как адаптивность, способность работать в режиме цейтнота, принимать взвешенные решения, исходя из имеющейся на данный момент информации [5].

Согласно ФГОС цели, содержание, технологии обучения конкретной дисциплине ООП должны быть определены исходя из компетентностной модели выпускника, его будущей профессиональной деятельности. Они представлены в разделах IV и V ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование» с двумя профилями образования (уровень бакалавр) [1].

В данном исследовании поставим задачу определения технологий продуктивного обучения основам математической обработки информации (ОМОИ). Этот курс относится к базовой части учебного плана и изучается студентами второго года обучения. Особенностью данной математической дисциплины является обязательность ее изучения студентами всех профилей подготовки направления «Педагогическое образование», это в том числе студентами-гуманитариями. Поэтому следует учитывать прикладную направленность дисциплины.

Как уже было отмечено выше, существует три взаимосвязанных аспекта, оказывающих влияние на отбор технологий обучения, а именно: компетент-

ностная модель выпускника, цели дисциплины и содержание дисциплины. Причем, так как совокупность компетенций формируется при освоении всей образовательной программы бакалавриата, то результатом освоения конкретной дисциплины должны являться даже не отдельные компетенции, а только их части, связанные с данным учебным курсом. Поэтому, при определении технологий обучения, прежде всего, следует дать описание выпускника бакалавриата в контексте обучения данной дисциплине.

Чтобы сделать математические методы обработки информации действенным рабочим инструментом учителя, необходимо соблюдать ряд принципов:

1. *Принцип обучения сбору, отбору, структурированию и систематизации информации.* Для получения достоверного результата имеют большое значение средства и способы сбора, отбора и обработки информации. Конечно, любые данные нужно предварительно подготовить для обработки, поэтому репрезентативность выборки, достоверность, допустимая ошибка являются ключевыми понятиями для исследователя.

2. *Принцип обучения представлению информации с помощью различных математических моделей (в том числе переход от одной модели к другой).* Понимая под математической моделью приближённое количественное описание реальных процессов и явлений с использованием математических понятий, нужно чётко разграничивать модель и реальные процессы и явления. Учащимся нужно осознавать, что математическая модель лишь акцентирует количественные характеристики, абстрагируясь от всех других. Это имеет значение при построении правильных выводов при обработке модели. Кроме того, различные математические модели позволяют прийти к различным результатам, наиболее же полную информацию даёт их синтез.

3. *Принцип обучения использованию математических формул и теорем для работы внутри построенной модели.* Знать математические теоремы и формулы и уметь их применять – далеко не одно и то же. Поэтому учащимся следует уметь осуществлять выбор формул и теорем, которые будут справедливы для данной математической модели, а также правильно связывать математические понятия и символы, уметь выражать одни переменные через другие. Здесь большое значение имеет накопление у учащегося личного опыта и на этой основе развитие математической интуиции.

4. *Принцип обучения интерпретации данных, полученных математическими методами, построению профессионально-значимых выводов.* Даже получая правильное решение математической задачи, к которой свелась некоторая проблемная ситуация, учащиеся испытывают затруднения при интерпретации полученных результатов. Поэтому следует обращать внимание на прикладной характер данной дисциплины и строить различные выводы, давать разные интерпретации одних и тех же данных.

5. *Принцип применения информационно-коммуникационных технологий.* На современном этапе развития общества буквально любую сферу деятельности невозможно представить вне информационного пространства. Использо-

ние даже простейших компьютерных программ значительно ускоряет и упрощает математические вычисления, предоставляет различные средства визуализации имеющихся числовых данных.

Из сказанного выше вытекают цели обучения ОМОИ: формирование системы знаний о классических методах математической обработки информации; навыков применения математического аппарата обработки данных теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач; навыков проведения анализа, выбора методов и средств автоматизации и информатизации прикладных процессов на основе современных информационно-коммуникационных технологий; развитие критического мышления.

Классическая теория вероятности и математическая статистика помогают обосновать и облегчают применение указанных принципов, способствуют достижению поставленных целей обучения. Они должны органично войти в сознание всякого преподающего и изучающего конкретную науку и составляют вычислительную и алгоритмическую культуру учителя.

В соответствии с базовым учебным планом освоение дисциплины направлено на формирование следующих общекультурных компетенций обучающегося:

- способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве (ОК-3);
- способность к самоорганизации и самообразованию (ОК-6).

Для конкретизации компетенций следует рассмотреть их через призму содержания дисциплины. При этом будет сформулирована часть компетенции, на формирование которой непосредственно направлена данная дисциплина.

Таким образом, из компетенции ОК-3 получим: способность использовать математические методы обработки информации. Конкретизация ОК-6: способность к самоорганизации проектов с использованием математических методов обработки информации и самообразованию в рамках этих проектов.

В свете вышеизложенного очевидно, что формирование первой из компетенций обеспечивается преимущественно самим содержанием дисциплины. А на развитие второй компетенции будут оказывать большее влияние технологии обучения. Они же должны способствовать эффективному освоению математических методов обработки информации.

Поэтому в качестве технологий обучения ОМОИ выбраны следующие продуктивные технологии: технология проектного обучения, технология развития критического мышления, технология портфолио [2]. Под продуктивными понимаются технологии, ориентированные на получение конечного результата (продукта) по заранее четко установленным критериям [3].

Поскольку компетенции формируются и проявляются в деятельности, то основанием для выбора данных технологий является характер активности обучающегося.

Рассмотрим отличительные черты проектной деятельности:

- самостоятельность участников на всех этапах работы над проектом;

- мотивированность;
- ориентация на результат (конечный продукт);
- планирование и указание сроков выполнения;
- рефлексия.

Это указывает на необходимость использования именно метода проектов для формирования компетенций обучающегося.

Примерные критерии оценки проекта (точные критерии формулируются совместно со студентами):

- правильность математических расчетов;
- организация взаимодействия участников проекта, вклад каждого из них;
- качество представленного отчёта, презентации проекта;
- тиражируемость (возможность использовать результаты и методы проекта для других целей с минимальной адаптацией) и жизнеспособность проекта;
- востребованность работодателем (работа в контакте с потенциальными работодателями, наличие отзывов).

Для технологии развития критического мышления также характерна самостоятельность учащихся на всех этапах освоения материала. Критическое мышление – индивидуально и самостоятельно. Особенности деятельности учащихся являются:

- оценка хода рассуждений, которые приводят к тем или иным выводам, или факторов, которые учитываются при принятии решения;
- принятие обоснованных решений, касающихся того, отклонить какое-либо суждение, согласиться с ним или временно отложить его рассмотрение;
- рассмотрение и обсуждение всех возможных вариантов решения.

Также предусматривается применение образовательной технологии портфолио [4]. На протяжении всего курса (начиная с первого занятия) студенты ведут портфолио проекта, что способствует формированию навыков самоорганизации каждого студента. По нему можно судить о выполнении плана проекта, собранной информации, выполнении учебных мини-проектов. Данная работа рассматривается с нескольких позиций. То есть портфолио проекта выступает как:

- инструмент проектирования своей деятельности, включающий рефлексию учебной работы;
- метод организации самостоятельной работы студента;
- инструмент развития критического мышления студента;
- способ самовыражения;
- инструмент оценки и самооценки достижений студента по конкретной теме, разделу или всей дисциплине.

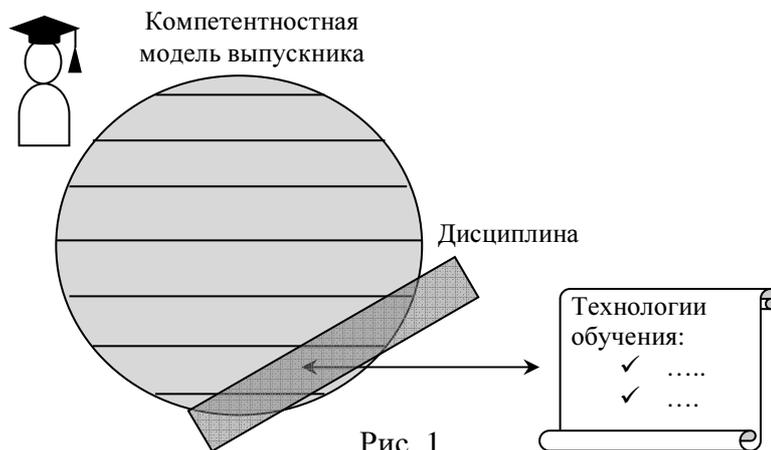
Данные педагогические технологии одновременно служат инструментарием организации занятий и являются предметом изучения будущих педагогов. Поэтому использование указанных образовательных технологий способствует формированию у студентов следующих компетенций (не вошедших в предыдущий список):

- способности к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия (ОК-4);

- способности работать в команде, толерантно воспринимать социальные, культурные и личностные различия (ОК-5);

- способности использовать современные методы и технологии обучения и диагностики (ПК-2).

В данном исследовании использовалась следующая модель (рис. 1).



Круг представляет описание выпускника, все необходимые профессиональные качества. Систематизируя и группируя эти качества и способности, получаем компетентностную модель (это разделенная окружность). Область научного знания, необходимая для формирования компетенций обозначена прямоугольником. Прямоугольник пересекает те компетенции, формированию которых способствует изучение данной дисциплины. На пересечении прямоугольника и штрихованного круга – конкретизация компетенций. Если же брать пересечение нештрихованного круга и прямоугольника, то получим описание выпускника в контексте изучения данной дисциплины. Исходя из этих позиций, происходит отбор технологий продуктивного обучения математическим дисциплинам.

ЛИТЕРАТУРА

1. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (уровень бакалавриата). Утвержден приказом Министерства образования и науки РФ от 02 марта 2016 г. № 91. – URL: <http://fgosvo.ru/uploadfiles/fgosvob/440305.pdf> (дата обращения 10.10.2016).

2. Елисеев Е.М. Основы математической обработки информации: проектно-ориентированный подход – URL: http://www.unn.ru/books/met_files/Eliseev.pdf (дата обращения 10.10.2016).

3. Новиков А.М. Педагогика. Словарь системы основных понятий. – М.: Издательский центр ИЭТ, 2013. – 268 с.

4. Сангалова М.Е. Проектно-ориентированное обучение математической логике. – URL: http://www.unn.ru/books/met_files/Sangalova_matem_log.pdf (дата обращения 10.10.2016)

5. Швец И. М., Грудзинская Е. Ю., Марико В. В. Возможности активных методов обучения в повышении методического уровня преподавателей высшего и среднего профессионального образования // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2008. № 3 (1). С.17-23.

LEARNING TECHNOLOGIES OF COURSE «MATHEMATICAL FOUNDATIONS
OF INFORMATION PROCESSING»

M.E. Sangalova

The article discusses the problem of the selection of learning technologies in accordance with the current educational standards. All aspects of the definition of technology for the discipline «Mathematical foundations of information processing» are described in detail.

Keywords: learning technologies, project method, portfolio, mathematical foundations of information processing.

ОБ ОРГАНИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ПРАКТИКИ В КОНТЕКСТЕ ПРОДУКТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ ВУЗА

А.Н. Соколова

Вятский государственный университет, институт математики и информационных систем, факультет компьютерных и физико-математических наук, кафедра фундаментальной информатики и прикладной математики,

кандидат педагогических наук,

Россия, 610000, г. Киров, ул. Московская, д. 36

Тел.: 89091341767, e-mail: junell@inbox.ru

В статье рассматривается подход к организации учебной практики студентов направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика в виде решения олимпиадных задач по программированию с математическим содержанием.

Ключевые слова: организация учебной практики студентов, продуктивное обучение математике в вузе.

Современное состояние практически всех сфер деятельности человека характеризуется активным внедрением разнообразных информационных технологий и систем, поэтому большое внимание со стороны государства и общества уделяется подготовке соответствующих квалифицированных кадров, областью деятельности которых является разработка и сопровождение программного обеспечения. Подготовка специалистов указанного профиля осуществляется, в том числе, в рамках направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика. Рабочий учебный план данного направления обычно состоит из фундаментальных математических дисциплин, дисциплин, связанных с программированием и информационными технологиями, а также включает ряд дисциплин интегративного характера.

Кроме теоретической подготовки большую роль в формировании профессиональных компетенций играет практика. Именно в рамках практики у студентов имеется реальная возможность получить субъективно новый материальный или интеллектуальный продукт, что полностью соответствует концепции продуктивного обучения.

Федеральный образовательный стандарт высшего образования (ФГОС ВО) определяет следующие обязательные виды практик: учебная, производственная и преддипломная [2].

Первой практикой, которую проходят студенты, является учебная практика. ФГОС ВО устанавливает ее тип как «практика по получению первичных профессиональных умений и навыков». Обычно учебная практика проводится на младших курсах, когда далеко не все дисциплины профессионального цикла изучены, поэтому при организации данного вида практики целесообразно подбирать задания таким образом, чтобы сочетать применение полученных математических знаний и навыков программирования для решения практико-ориентированных задач.

Для студентов направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика

и информатика на факультете компьютерных и физико-математических наук Вятского государственного университета учебная практика на втором курсе организована в виде решения олимпиадных задач по программированию из архивов специализированных сайтов [1, 4]. Данный подход предполагает выполнение студентами следующих действий:

1. По текстовой формулировке задачи составить математическую модель.
2. Определить, к какому классу математических объектов относится полученная модель, и подобрать адекватный метод исследования или алгоритм работы с данной моделью.
3. Выполнить программную реализацию алгоритма, провести ее тестирование и отладку в автономном режиме.
4. С помощью системы автоматического тестирования в режиме он-лайн проверить свою программу на корректность решения поставленной задачи.
5. При необходимости скорректировать модель, программу и повторить проверку.

Каждый студент получает задание на практику в виде индивидуального набора задач различного уровня сложности. В начале практики оговаривается количество и качество задач, которое требуется решить для получения оценки «удовлетворительно», «хорошо» и «отлично». У студентов имеется возможность самостоятельно выбирать задачи, исходя из собственных предпочтений и субъективной оценки своих возможностей.

В процессе анализа формулировок задач из архивов сайтов [1, 4] можно выделить следующие разделы математики, которые привлекаются для решения и построения алгоритмов [3]:

1. Теория делимости.
2. Геометрические преобразования.
3. Теория функций действительного переменного.
4. Теория графов.
5. Динамическое программирование.

Текстовые формулировки заданий с интересным, часто шуточным сюжетом, обеспечивают положительную мотивацию к выполнению заданий и в то же время формируют у студентов навыки построения математической модели, алгоритма решения задачи и реализации его на языке программирования высокого уровня. В качестве продукта деятельности студентов в данном случае выступают, с одной стороны, разработанные программы, а с другой – новое знание о своей будущей профессии.

В качестве иллюстрации рассмотрим задачу 1261 «Чаевые» из архива сайта acm.timus.ru [1]. Источник задачи – открытое командное соревнование школьников Свердловской области по программированию, 11 октября 2003 года.

Условие задачи: Излюбленное место отдыха уральских программистов – остров Тринландия. Одна беда – на Тринландии считается незаконным хождение долларов и евро. Поэтому туристы вынуждены в аэропорту обменивать

свои деньги на триты – валюту Тринландии. В хождении имеются купюры в 1 трит, 3 трита, 9 тритов, 27 тритов, ..., 3^k тритов, ... Однажды в ресторане, после предъявления ему счета стоимостью в N тритов, программист Васечкин обнаружил, что в наличии у него имеется ровно по одной купюре каждого достоинства. У официантов Тринландии принято оставлять всю сдачу себе в качестве чаевых. Официантам нравится получать в качестве чаевых сумму, которую можно оплатить таким набором купюр, чтобы каждая купюра встретилась не более 1 раза. Иначе они обижаются на клиента. Конечно, они обижаются, если вовсе не получают чаевых. Помогите Васечкину так оплатить обед, чтобы не обидеть официанта.

Исходные данные: в единственной строке записано целое число N , $1 \leq N \leq 107$.

Требуется вывести через пробел сумму, которую должен уплатить программист Васечкин, и размер чаевых. Если решений несколько, выведите любое из них. Если решения нет, то выведите число 0. Также необходимо помнить, что уральские программисты – народ небогатый, поэтому Васечкин не может расплатиться суммой, большей 4294967291 трита.

На сайте данная задача имеет метку «Теория чисел». Действительно, требуется найти пару чисел x_1 и x_2 , удовлетворяющих условиям:

1. $x_1 - x_2 = N$.

2. Запись чисел x_1 и x_2 в троичной системе счисления содержит только цифры 0, 1 и 2.

3. $x_1 \& x_2 = 0$, где x_1 и x_2 записаны в троичной системе счисления, и конъюнкция применяется к соответствующим разрядам x_1 и x_2 .

Ниже приведен программный код решения данной задачи на языке программирования C++.

```
#include <iostream>
using namespace std;
int tip=0,bill=0,n,m=1;
int main()
{
    cin >> n;
    bill=n;
    do
    {
        if (n%3==2)
        {
            tip+=m;
            ++n;
        }
        n/=3,m*=3;
    }while (n);
    if (!tip) tip=m;
    cout <<bill+tip<< ' ' << tip << endl;
    return 0;
}
```

Обязательным компонентом продуктивного обучения является рефлексия, которая при рассматриваемом подходе к организации учебной практики происходит на этапе он-лайн проверки решений. При отладке программы требуется сформировать наборы тестовых данных так, чтобы были проверены все возможные случаи в алгоритме. Если решение не прошло автоматическую проверку, то от студента требуется критически пересмотреть результаты своего труда и внести необходимые поправки. В результате формируются такие рефлексивные свойства личности, как самоанализ, самопознание, самооценка, саморегуляция и саморазвитие.

Учебная практика имеет большой потенциал для продуктивного обучения студентов математике. Использование этого потенциала позволяет достичь необходимых образовательных результатов и готовить квалифицированные кадры для обеспечения социального заказа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Timus Online Judge: архив задач с проверяющей системой // acm.timus.ru.
2. Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования // <http://fgosvo.ru/>.
3. Соколова А.Н. Об интеграции обучения математике и информатике при решении олимпиадных задач по программированию // Стандартизация математического образования: проблемы внедрения и оценка эффективности: Материалы XXXV Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. – Ульяновск: УлГПУ, 2016. – С. 133–135.
4. Школа программиста // <http://acmp.ru/>.
5. Яновская Н.Б. Концепция продуктивного обучения как основа развития личности посредством создания рефлексивно направленной образовательной среды // Ярославский педагогический вестник. – 2013. – № 3 – Том II (Психолого-педагогические науки). – С. 147-150.

ABOUT THE ORGANIZATION OF STUDENTS' TRAINING PRACTICE IN THE CONTEXT OF THE PRODUCTIVE LEARNING OF MATHEMATICS

A.N. Sokolova

The article is devoted to the approach to the organization of training practice of students of the specialization 01.03.02 Applied mathematics and computer science. It includes solving the programming contest task with the mathematical content.

Keywords: organization of students' practical training, learning mathematics in high school.

О СОДЕРЖАНИИ УЧЕБНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ: ПРОБЛЕМЫ И РЕШЕНИЯ

М.В. Таранова

Новосибирский государственный педагогический университет, институт физико-математического и информационно-экономического образования, кафедра алгебры и математического анализа, кандидат педагогических наук, доцент
Россия, 630126, г. Новосибирск, ул. Виллюйская, д. 28
e-mail: marinataranowa@yandex.ru

В статье рассматриваются возможности использования исследовательского обучения в условиях информатизации общества. Представлены методы разработки математического содержания к учебным исследованиям по математике.

Ключевые слова: информатизация образования, исследовательский метод обучения, математическое содержание учебного исследования.

*«...Задача обучения – овладение методом науки.
... всякое отдельное знание передается не ради себя, а ради некоего более глубокого начала, лежащего позади того, что преподается, и его порождающего...»
С.И. Гессен*

Стремительное внедрение в учебный процесс по математике информационных технологий, наряду с опосредованным положительным воздействием, связанным с более высоким уровнем эмоционального фона, и, как следствие, уровнем мотивации, оказывает и негативное влияние, как на развитие мыслительной активности ученика, так и на формирование логических умений школьника в осуществлении мыслительной деятельности.

К примеру, средствами Интернет технологий, открыт доступ к любой новой информации, в том числе и научной. Очевидно, для того, чтобы поступившая информация имела для обучающегося какое-либо действительное значение, необходимы такие навыки переработки этой информации, использование которых позволяло бы ученику её анализировать, выявлять в ней логику построения и пр.

Однако, по данным современной педагогической психологии, мышление современной молодёжи, всё меньше тяготеет к абстрактным построениям. Для неё, характерно фрагментарно-клиповое сознание. Формирование такого сознания происходит потому, что ученик перестает чувствовать необходимость целостной смысловой картины мира, отдельные фрагменты знаний, полученные из сетей, создают у него иллюзорное представление о полученных знаниях. Учащийся начинает ощущать себя на переднем крае науки и техники, не прилагая к этому значительных умственных усилий. В этих условиях добиться строгой последовательности и систематичности в освоении им знаний – не удастся (о чем свидетельствуют результаты обучения математике), и, более того, оказать существенное положительное воздействие на развитие творческого потенциала ученика – практически невозможно.

Именно поэтому, педагогическое сообщество с конца 20-го века, ведёт научно-теоретические и методические поиски выхода из создавшейся кризисной ситуации: путём разработки новых образовательных концепций, технологий, путём переосмысления ситуации, в которой оказалась вся образовательная система, путём поиска средств и способов адаптации известных технологий продуктивного обучения к новым условиям.

Одним из способов организации продуктивного обучения математике является исследовательский метод. Эффективность использования в учебном процессе этого метода – доказана теорией и практикой его применения: и как средства активизации познавательной деятельности учащихся, и как средства развития познавательных способностей ученика, и как способа введения ученика в самостоятельную исследовательскую деятельность. Однако, как отмечалось выше, недостаточная разработанность методических условий использования этого метода в учебном процессе, отвечающего требованиям информационного общества, ставит перед методической наукой новые задачи, задачи актуализации исследовательского метода в соответствии с требованиями современного образования. Причём эти задачи необходимо рассматривать в контексте системы методов достижения учащимися основных образовательных результатов (формирования математических понятий, обобщения и систематизации изученного, обучения методам математики и пр.).

В рамках статьи мы остановимся на результатах исследования вопроса о наполнении математическим содержанием учебных исследований.

Содержание исследования.

Согласно современным исследованиям, структура знания в математике имеет уровневую организацию, которую характеризует строение математического знания: математические проблемы, содержательные математические теории, формализованные математические теории, математические построения. В контексте же современных системных исследований, содержание каждого уровня математического знания определяется не просто как набор чувственных данных, фактов, законов, теорий и пр., а как отражение условий существования (бытия), того или иного объекта математики. Условия же существования математического объекта, определяют способ познания этого объекта. То есть с любым объектом математики, находящемся на любом из уровней, всегда соотносится способ его познания. Следовательно, объект математики, как элемент математического знания, можно описать тремя аспектами: с точки зрения его существования (онтологический аспект – как он существует?), с точки зрения его познания (гносеологический аспект – почему он так существует?), и с точки зрения действий с этим объектом (методологический аспект – какие действия необходимо предпринять, чтобы его получить, или познать?).

Каждый из аспектов в полной мере характеризует объект математики как элемент знания. Действительно, об объекте в математике можно рассматривать как сущность, обладающую определенными свойствами, или как элемент в определенной системе отношений. То есть в первом случае исследователь, при-

нимая объект познания как уже существующий, должен решить: как должна действовать его мысль, чтобы достичь достоверного знания об объекте. Во втором, исследователь должен выяснить, как должен быть устроен объект, чтобы стать адекватным познающей этот объект мысли.

Например, к поиску решения диофантова уравнения $ax + by = c$, где a, b, c – натуральные числа, x, y – целые числа, можно подойти с двух позиций: с позиций поиска решения данного уравнения, или с позиций создателя объекта исследования. С позиций первого подхода, вопрос, на который должен найти ответ исследователь, должен звучать так: решить уравнение. Во втором случае, вопрос, который должен поставить исследователь, будет звучать так: найти условия (здесь x, y – целые), при которых натуральное число c можно представить в виде линейной комбинации натуральных чисел a и b ? С методологической точки зрения – это два разных подхода в организации исследования (естественнонаучная и проектная парадигмы), и существование каждого из них доказано историей становления математики как науки.

На основании вышесказанного было сформулировано первое методическое требование для отбора математического содержания к учебным исследованиям: при отборе математического содержания к учебным исследованиям необходимо учитывать историю возникновения изучаемого объекта. Второе методическое требование к отбору материала для исследования ориентирует учителя на поиск ответа на вопрос о том почему, или на основании чего исследуемый объект так существует. И только после этого можно формулировать тему исследования.

В качестве примера рассмотрим одну из тем для учебных исследований.

Идея построения угла заданной величины с определенной погрешностью возникла в связи с задачей о приближённом вычислении длины любой кривой. Для этого, достаточно кривую разбить точками. Затем соединить эти точки отрезками, найти их длину. Сумма длин этих отрезков и будет приближённо равна длине кривой. Этот же метод в математике использовался при вычислении длины окружности (вписывали и описывали многоугольники). Предел периметров этих многоугольников и выражал длину окружности.

Смысл такого приближенного вычисления – заключается в том, что, чем больше число точек на окружности, тем больше дуг, которые соединяют две соседние точки, а потому длина этой дуги с увеличением числа точек – становится все меньше и меньше. И саму дугу можно принять за маленький отрезок. И погрешность измерения становится всё меньше и меньше.

Итак, идея деления погрешностей какой-то величины на мелкие части в математике существует. И эту идею можно воспринимать как данность. Другой вопрос: как она существует? Только ли так можно вычислять длины кривых? А если попробовать на каких-то других объектах. К примеру, как, не имея транспортира, а только карандаш и линейку без делений, построить угол заданной величины с наперёд определённой погрешностью?

Если взять лист бумаги, ножницы, линейку и карандаш (линейка двусто-

ронная и без делений), то как построить угол в 45° ?

Эта задача решается простым перегибанием полоски. А как построить угол в 60° ?

По-только, что решённой задаче угол в 45° построить можно, и можно утверждать, что такое построение достаточной степени точности. Но тогда возможно получение угла в 60° из угла в 45° .

Если применить идею деления погрешностей? Тогда придётся убрать погрешность в 15 градусов: $60^\circ = 45^\circ + 15^\circ$; $15^\circ : 2 = 7,5^\circ$; $7,5^\circ : 2 = 3,75^\circ$; $3,75^\circ : 2 = 1,875^\circ$; $1,875^\circ : 2 = 0,9375^\circ$; $0,9375^\circ : 2 = 0,46875^\circ$; $0,46875^\circ < 0,5^\circ$.

А на девятом шаге погрешность будет 0,06359375, то есть меньше 0,07 градуса.

А алгоритм построения угла таков: строим последовательно углы.

Острый угол, находим к нему дополнительный, делим дополнительный угол пополам, к нему вновь строим дополнительный и т.д.

Итак, разработанное таким образом математическое содержание, позволяет на этом материале организовать учебное исследование.

Разработанный подход был апробирован на магистрантах Новосибирского педагогического университета и проходил в два этапа: обучающего и тренировочного.

Основная идея реализации проекта основывалась, на причинно-следственной зависимости развития профессиональных умений по использованию исследовательского метода в обучении математике, от главных характеристик возможных в этом процессе развития потоков информации, и заключалась в погружении участников проекта в методическую реальность разработки и реализации исследовательского обучения.

На обучающем этапе с магистрантами проводились лектории-тренинги. Каждое занятие было организовано в форме деловой игры-урока. Где студент смог бы попробовать себя и в роли ученика, и в роли учителя.

Для организации тренировочного этапа нами была использована Web-Quest технология (работа с образовательным сайтом в Интернете). Выбор этой технологии был обоснован несколькими обстоятельствами. Во-первых, современный учитель уже достаточно давно использует информационные технологии в своей практике. При этом иногда учителю трудно из всего обилия существующего в сети Интернет материала – отобрать к уроку нужный, на котором бы было возможно организовать развивающее обучение. Во-вторых, для учителя владение интернет технологиями – профессиональная необходимость. А потому обучение методикам вовлечения детей в учебное исследование мы строили, стремясь, с одной стороны, обучить разработанной технологии отбора математического содержания к уроку, и, с другой, обучить приёмам использования интернет ресурсов в реализации этой же технологии, предлагая учителю побыть в роли ученика, и в роли учителя-методиста.

Web-Quest, который мы использовали на тренировочном этапе, был двух видов: предметный и методический. В качестве основной единицы предметно-

20 Web-Quest-а выступала тема математического учебного исследования по следующим компонентам: проблема математического исследования - содержит задания, позволяющие выйти ученику (учителю) в исследовательскую позицию, задания, позволяющие построить проблемное поле и получить целостное представление о месте проблемного материала в этом проблемном поле; наблюдения, эксперименты – содержит задания, позволяющие оценить проблему для частных случаев, изменить проблему, сузив круг поиска; история вопроса – содержит материалы истории открытия знания, задания на систематизацию, хронологию получения или развития знания.

В качестве основной единицы *методического* Web-Quest-а выступала учебная тема по следующим компонентам: теория – содержит базовые понятия, задания о поиске места нового знания в системе предыдущих и последующих знаний, задания о методологии изучаемого знания (способах его получения, возможности конструирования нового знания из ранее известного); приложения - включает сведения о связи материала с другими научными предметами, исследовательские задания, расширяющие представления о возможных применениях изученного математического аппарата; проблемы – содержит информацию и учебно-познавательные задания исследовательского характера, позволяющие отыскивать (или открывать) неизвестные факты, закономерности, свойства, формулы или сведения, связанные с материалом темы; история вопроса – содержит сведения по истории возникновения основных понятий изучаемого материала; ошибки – содержит материалы о типичных ошибках, задания на поиск ошибок и несоответствий, задания контрпримеры; практика-исследования – содержит задания по построению учебных ситуаций, соответствующих условиям.

После обучающих семинаров-тренингов взаимодействие с магистрантами заочной формы обучения продолжалось как по линии их консультирования, так и по линии консультирования их учащихся в форме Web-инаров, онлайн уроков и консультаций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гессен, С.И. Основы педагогики. Введение в прикладную философию / Отв. ред. и сост. П.В. Алексеев. – М.: «Школа-Пресс», 1995. – 448 с.

ABOUT THE CONTENT OF TRAINING RESEARCHES IN MATHEMATICS: PROBLEMS, SOLUTIONS

M.V. Taranova

In the article the possibilities of using of research training are viewed under the conditions of spread of informatics in the society. There are represented some methods of development of mathematical content for the training research in mathematics.

Keywords: spread of informatics, research method of training, mathematical content of a training research.

ИНТЕГРИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ ВУЗА КАК ЭЛЕМЕНТ ПРОДУКТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ

В.И. Токтарова

Марийский государственный университет, физико-математический факультет,
кафедра прикладной математики и информатики,

кандидат педагогических наук, доцент

Россия, 424000, Республика Марий Эл, г. Йошкар-Ола, пл. Ленина, д. 1

e-mail: toktarova@yandex.ru

В статье рассматриваются вопросы, связанные с использованием интегрированных систем компьютерной математики в образовательном процессе высших учебных заведений. Приведено краткое описание систем и пакетов компьютерной математики, представлен SWOT-анализ, раскрывающий сильные и слабые стороны их повсеместного использования в процессе математической подготовки студентов.

Ключевые слова: интегрированные системы компьютерной математики, обучение, математическая подготовка, SWOT-анализ, студент

В Стратегии развития отрасли информационных технологий в Российской Федерации на 2014-2020 годы и на перспективу до 2025 года подчеркивается, что информационно-коммуникационные технологии способствуют повышению качества предоставления образовательных услуг. В то же время отмечается, что необходимым условием развития ИТ-отрасли является «высокий уровень знаний выпускников школ по математике и естественнонаучным предметам. Снижение этого уровня в последние годы является прямой угрозой для такого развития» [1].

Одним из перспективных направлений повышения качества математической подготовки обучающихся является использование в образовательном процессе интегрированных систем компьютерной математики – программных средств (или комплексов программных средств), обеспечивающих автоматизированное решение математических задач с возможностью высокой степенью визуализации, расчета и моделирования. Свойство «интегрированности», преобладающее в описании большинства систем, предполагает объединение в них эргономичной оболочки, редактора выражений и текста, вычислительного и графического программного процессоров.

В настоящее время рынок программных продуктов представлен большим разнообразием интегрированных систем компьютерной математики, наиболее популярными из которых являются следующие.

Mathematica – система компьютерной алгебры, широко используемая в научных, инженерных, математических и компьютерных областях. Данный пакет позволяет создавать платформенно независимые рабочие документы с представлением графиков и формул в полиграфическом формате. Система имеет удобный интерфейс, многофункциональный язык программирования, большое количество функций, текстовый редактор. К основным возможностям от-

носятся: решение систем полиномиальных и тригонометрических уравнений и неравенств, решение трансцендентных и рекуррентных уравнений; интегрирование и дифференцирование функций; нахождение конечных и бесконечных сумм и произведений; решение дифференциальных уравнений, упрощение выражений и др. Графические возможности пакета обеспечивают наглядность и визуализацию результатов математических вычислений в различных формах представления. Официальный сайт: <http://www.wolfram.com/>

Maple – специализированный математический пакет, система компьютерной алгебры. Пакет позволяет выполнять численные и аналитические расчеты с возможностью редактирования текста и формул, идеален для разработки алгоритмов за счет простого и эффективного языка-интерпретатора. К основным возможностям системы относятся: решения задач теории чисел, теории групп, евклидовой и аналитической геометрии, математической статистики и теории вероятностей, выполнение операций над комплексными числами; решение задач финансовой математики; построение графиков конформных преобразований функций с комплексными числами, поверхностей и кривых в трехмерном представлении, в том числе поверхности, заданные явной и параметрической функциями. Благодаря представлению формул в полиграфическом формате, великолепной двух- и трехмерной графике и анимации система является и эффективным научным графическим редактором. Официальный сайт: <http://www.maplesoft.com/>.

MATLAB – пакет прикладных программ для решения вычислительных задач, а также используемый в пакете одноименный язык программирования. Пакет используется для профессиональных, технически сложных и высокопроизводительных вычислений, которые требуют расчета высокой точности и надежности результатов, работы с большими массивами данных. Язык MATLAB является высокоуровневым интерпретируемым языком программирования, включающим объектно-ориентированные возможности и интегрированную среду разработки, структуры данных, большой перечень функций, интерфейсы к программам и др. Основными особенностями системы являются мультиплатформенность, а также широкие возможности по работе с матрицами. Официальный сайт: <http://www.mathwork.com/>.

Mathcad – многофункциональная интерактивная вычислительная система. Пакет прост в использовании, позволяет решать большое число математических задач аналитическими и численными методами благодаря встроенным алгоритмам. Обладает удобным интерфейсом и хорошей двух- и трехмерной графикой. К основным возможностям системы относятся: выполнение числовых операций, дифференцирование и интегрирование, вычисление тригонометрических, экспоненциальных, гиперболических и других функций, нахождение собственных значений и собственных векторов линейного оператора, обработка данных статистическими методами, построение вероятностной модели распределения и др. Официальный сайт: <http://www.mathsoft.com/>.

MuPAD – программный пакет компьютерной алгебры, предназначенный

для решения математических задач различных уровней сложности. Пакет поддерживает большой набор математических объектов и алгоритмов, включает в себя систему визуализации для двумерных и трёхмерных графиков, объектную анимацию, интерактивную манипуляцию графиками. Отличительной особенностью системы является возможность экспорта в MathML. В системе предусмотрен специальный язык программирования, позволяющий разрабатывать алгоритмы и функции на базе библиотеки функций MuPAD. Официальный сайт: <http://www.sciface.com/>.

STATISTICA – это универсальная интегрированная система, предназначенная для статистического анализа и визуализации данных, управления базами данных и разработки пользовательских приложений с привлечением статистических методов. Пакет содержит широкий комплекс тематических модулей для проведения специализированных статистических исследований в различных областях знаний, поддерживает высококачественную графику, позволяющую эффективно визуализировать данные и проводить графический анализ (двухмерные и трёхмерные графики в различных системах координат, специализированные виды статистических графиков и диаграмм – гистограммы, матричные, категоризированные и др.). Особенностью системы является ее быстрдействие и вычислительная мощность при работе с большим объемом данных. Официальный сайт: <http://www.statsoft.com/>.

В настоящее время становится реальным повсеместное использование в образовательном процессе высших учебных заведениях интегрированных систем компьютерной математики.

Ученые и методисты С.Я. Булатова, А.Н. Буров, В.В. Воеводин, С.А. Дьяченко, Е.Н. Клименко, В.С. Корнилов, И.В. Крючкова, М.П. Лапчик, Т.М. Мисюк, М.И. Рагулина, Е.С. Павлова, У.В. Плясунова, Ю.В. Поздняк и др. указывают на необходимость их широкого применения в процессе математической подготовки студентов. Как утверждает В.С. Корнилов, «появляется возможность исследовать более сложные математические задачи, ... студенты избавляются от страха при работе с громоздкими выкладками и приобретают уверенность в символьных вычислениях...» [2, с. 124]. А.Н. Буров, Е.Н. Клименко считают их эффективным средством интенсификации обучения математике будущих инженеров, Т.В. Капустиной разработаны методические основы применения математических пакетов при преподавании математики в педагогическом вузе, С.А. Дьяченко сформулированы основные требования к содержанию обучения с использованием систем компьютерной математики.

Вместе с тем, ряд ученых отмечает пассивную роль студентов при внедрении и широком применении готовых программных продуктов по математике в процессе математической подготовки в вузе. По мнению Л.Г. Кузнецовой «автоматизация прикладных расчетов ведет к чрезмерно упрощенному представлению сути математических методов и связанных с ними фундаментальных математических понятий» [3]. В.Н. Дубровский утверждает, что «постоянно снабжая обучаемого готовыми, пусть и очень красивыми и правильными ри-

сунками, тем более 3D-моделями, мы, в конце концов, начинаем тормозить дальнейшее совершенствование пространственного воображения, а некоторые задачи вообще теряют смысл, если дать к ним готовый рисунок» [4].

Для определения возможностей и особенностей широкого использования систем компьютерной математики воспользуемся SWOT-анализом – универсальным методом, эффективным при осуществлении оперативной оценки текущей ситуации. Построим матрицу SWOT-анализа, которая раскрывает сильные и слабые стороны повсеместного использования интегрированных математических пакетов в процессе математической подготовки студентов, а также выявить возможности и угрозы (табл. 1).

Таблица 1

SWOT-анализ

<p>Сильные стороны (<i>Strengths</i>)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Решение сложных и трудоемких математических задач, гибкая работа с большим объемом данных. 2. Создание динамических компьютерных моделей и процессов, демонстрирующих исследование свойств объектов и решение задач из профессиональной области. 3. Одновременное задействование обучающимися нескольких каналов восприятия математической информации. 4. Проверка и анализ результатов решения задач, выполненных студентами вручную. 5. Наличие встроенных языков программирования, позволяющие разрабатывать собственные алгоритмы и приложения. 	<p>Слабые стороны (<i>Weaknesses</i>)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Возникновение затруднения у студентов в понимании теоретического материала. 2. Необходимость учета индивидуальных особенностей и способностей студентов. 3. Недостаточное методическое сопровождение математических пакетов. 4. Недостаточное количество / отсутствие часов в учебных планах для обучения студентов работе в системах компьютерной математики. 5. Высокая стоимость лицензионных версий интегрированных математических пакетов. 6. Отсутствие должной квалификации у педагогов.
<p>Возможности (<i>Opportunities</i>)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Развитие логико-знаковой и наглядно-образной стратегий мышления обучающегося. 2. Реализация принципов индивидуализации и дифференциации обучения. 3. Интенсификация и прикладная направленность процесса обучения математике. 4. Использование пакетов не только в процессе преподавания математики, но и физики, химии, экономики и др. 5. Развитие у студентов навыков программирования. 	<p>Угрозы (<i>Threats</i>)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Недостаточное развитие критического мышления, умения доказательно интерпретировать процесс решения задачи при предоставлении готового результата. 2. Замедление совершенствования пространственного воображения у студентов.

Сопоставляя поочередно внутренние (сильные и слабые стороны) и внешние (возможности и угрозы) факторы в рамках алгоритма анализа, мы пришли к следующей стратегии. Математическая подготовка – это не только инструмент овладения системой математических знаний и умений, а также

средство для развития логического и аналитического мышления, математической грамотности, познания действительности и др. Поэтому уровень математической подготовки будущих специалистов напрямую зависит от умений применять интегрированные математические системы в своей профессиональной деятельности. Однако переход к повсеместному использованию систем компьютерной математики должен осуществляться постепенно. Сначала изучение теоретического материала и демонстрация примеров и графиков, построенных на основе пакетов. Потом проведение математических расчетов студентами вручную, а их проверка и графическая визуализация в системе. И, наконец, широкое внедрение готовых математических пакетов для решения прикладных задач профессиональной направленности в процессе преподавания различных дисциплин.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стратегия развития отрасли информационных технологий в Российской Федерации на 2014-2020 годы и на перспективу до 2025 года: распоряжение Правительства РФ от 01.11.2013 г. №2036-р.
2. Корнилов В. С. Компьютерные математические пакеты в курсе обратные задачи для дифференциальных уравнений как дидактическое средство обучения // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия: Информатика и информатизация образования. – 2005. – № 4. – С. 123-130.
3. Кузнецова Л. Г. Совместное изучение информатики и математики в непрофильных вузах: монография. – Омск: Изд-во ОЭИ, 2006. – 200 с.
4. Дубровский В. Н. Стереометрия с компьютером // Компьютерные инструменты в образовании. – 2003. – № 6. – С. 3-11.

INTEGRATED SYSTEMS OF COMPUTER-BASED MATHEMATICS IN EDUCATIONAL PROCESS OF UNIVERSITY

V.I. Toktarova

The article considers the issues connected with the use of integrated systems of computer-based mathematics in the academic process of the higher educational institutions. The author gives a short description of systems and packages of computer-based mathematics and presents SWOT analysis which shows strengths and weaknesses of their common usage in the process of mathematical training of students.

Keywords: integrated systems of computer-based mathematics, learning, mathematical background, SWOT-analysis, students.

ИНТЕРАКТИВНАЯ ПРОДУКТИВНАЯ МАТЕМАТИКА ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

М.В. Волкова

Глазовский государственный педагогический институт им. В.Г. Короленко,
факультет информатики, физики и математики, кафедра математики
и информатики, старший преподаватель

Россия, 427621, Удмуртская Республика, г. Глазов, ул. Первомайская, д. 25
Тел.: 89058745433, e-mail: mashaggpi@mail.ru

В статье рассматривается проект интерактивной лаборатории по математике для студентов и учащихся 5-6 классов, в рамках которой формируются продуктивные виды математической деятельности.

Ключевые слова: математическое образование, интерактивная лаборатория, продуктивная деятельность.

В настоящее время профессиональный стандарт педагога предъявляет высокие требования к трудовым действиям и необходимым умениям учителя. Будущему учителю необходимо уметь организовывать исследовательскую и проектную деятельность школьников, проводить педагогический эксперимент, оценивать эффективность учебного и внеучебного занятия и многое другое. Получить такие компетенции студенту-математику только во время учебных занятий в вузе невозможно. Поэтому важным фактором повышения качества профессиональной подготовки будущего учителя математики является его участие в организации и проведении внеучебных занятий.

Известно, что при обучении математике учителю, как правило, нужно выдать запланированный учебный материал, добиться того, чтобы дети научились решать однотипные примеры, уравнения, задачи за ограниченный объем времени. Все это приводит к тому, что учащиеся сразу начинают работать с абстрактными понятиями, не умея при этом переводить условия реальной задачи на язык математики, так как не они привыкли замечать знакомые математические отношения в окружающем нас мире и применять полученные знания на практике. Ребята не могут сами находить решения, большинство из них работает только по определенному шаблону.

Для решения этой проблемы была создана специальная интерактивная лаборатория, где занятия проводят студенты – будущие учителя математики под руководством преподавателей кафедры математики и информатики [4, 5].

В лаборатории находится оборудование общего назначения (интерактивная доска, проектор, ноутбук, комплект чертежных инструментов и др.), демонстрационные модели (правильные, полуправильные, звездчатые многогранники, нитяные модели, набор прозрачных геометрических тел с сечениями и др.), печатные пособия. Также в сети размещен специализированный сайт по адресу <http://metodbazaifim.ru/>, на котором представлены конспекты уроков, разработки внеклассных мероприятий, проекты и статьи учащихся и учителей школ, студентов и преподавателей на краеведческом материале Удмуртской Республики.

На первом этапе работы были выявлены затруднения у учащихся 5-6 классов по математике. Для этого студенты беседовали с учителями школ, преподавателями вуза о проблемных темах в 5-6 классе, изучали учебно-методическую литературу.

На втором этапе были разработаны конспекты занятий для устранения данных затруднений (например, первое занятие решили посвятить работе с натуральными числами и продемонстрировать различные способы счета, в том числе разобрать этот вопрос в историческом аспекте), была распространена реклама, а также проведено родительское собрание.

На третьем этапе студенты начали проводить занятия в лаборатории. На занятиях школьникам давались условия задач из реальной жизни. Дети сами экспериментально могли проверить все утверждения, которые им давали в школе без доказательств, то есть могли создать необходимую модель своими руками. Кроме того, как показал эксперимент, сделать более эффективной работу по поиску решения задач позволила и историко-культурная информация, содержащаяся в фабулах математических задач, предлагаемых учащимся.

Задачи с национальной культурно-исторической фабулой составляли не только студенты, но и ученики, поскольку специфические условия среды проживания, культурно-предметное окружение и различные виды трудовой деятельности народов, населяющих Удмуртскую Республику, открывают для этого широкие возможности. Процесс составления и решения таких задач способствовал не только патриотическому, нравственному, эстетическому воспитанию школьников, но и лучшему пониманию ими учебного материала и повышению мотивации к изучению математики у учащихся 5-6 классов. Задачи конструировались таким образом, чтобы сведения, которые сообщались школьникам, сочетались с излагаемым фактическим материалом, заставляя детей удивляться, думать и постигать новые математические знания.

При составлении математических задач с национальной (удмуртской) культурно-исторической фабулой студенты и школьники использовали способы, предложенные Р.М. Зайкиным [3]. Применительно к рассматриваемому виду задач они выглядят так:

1) облекание математического содержания (метрического соотношения, геометрического неравенства, отношения геометрических величин, свойств геометрической фигуры и т.п.) подходящей культурно-исторической фабулой;

2) введение культурно-исторической информации в фабулу исходной геометрической задачи;

3) замена фабулы исходной геометрической задачи аналогичной фабулой, содержащей культурно-историческую информацию.

Проиллюстрируем сказанное на примерах [1, 2].

Пример 1. Рассмотрим задачу: «Найдите отношение площади заштрихованной фигуры к площади всего квадрата» (см. рис. 1). Облекая математическое содержание (отношение площадей геометрических фигур) культурно-исторической фабулой, получаем следующую задачу: «На флаге Удмуртской

республики изображен восьмиконечный солярный знак (знак Луны). Найдите отношение площади этого знака к площади квадрата, в который он вписан». При решении задачи учащимся сообщается, что по преданию этот знак оберегал человека от несчастий. Он часто используется удмуртами для украшения нагрудников в женских национальных костюмах. Луна, по удмуртской мифологии, является покровительницей и защитницей женщины-матери [6].

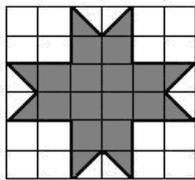


Рис. 1. Солярный знак

Пример 2. Возьмем одну из задач типового учебного пособия по математике: «Длина Волги 3530 км, Днепр на 1330 км короче Волги, а Урал длиннее Днепра на 228 км. Найдите длины рек, перечисленных в задаче».

В сюжет данной задачи можно внести историко-культурную информацию, такую как длины рек Чепцы и Камы, протекающих по территории Удмуртии. Составленная задача имеет вид: «Длина Волги 3530 км, длина Камы 2032 км. Днепр на 1330 км короче Волги, а Урал длиннее Днепра на 228 км. Чепца на 1531 км короче Камы, а Вятка 1058 км короче Урала. Найдите длины рек, перечисленных в задаче».

Пример 3. Рассмотрим задачу: «В двух корзинах 23 кг вишни. Вначале из первой корзины взяли 20% вишни и положили во вторую корзину. Потом из второй корзины взяли 20% оказавшейся там вишни и положили в первую корзину. В результате во второй корзине осталось 12 кг вишни. Сколько изначально было вишни в первой корзине?».

Заменив вишню на перепечи (национальная удмуртская еда), а корзины – на противни, на которых их выпекают, получаем задачу: «На двух противнях испекли 23 перепечи. Вначале с первого противня взяли 20% испекшихся перепечей и положили на второй противень. Потом со второго противня взяли 20% оказавшихся там перепечей и положили на первый противень. В результате на втором противне осталось 12 перепечей. Сколько изначально было перепечей на первом противне?».

Таким образом, у будущего учителя математики в оперативном обороте уже будет иметься определенный набор задач с культурно-исторической фабулой, дополняющий систему задач школьного учебника математики, по которому ведется обучение, что немаловажно для подготовки студента к прохождению педагогической практики в школе.

На занятиях по математике в интерактивной лаборатории студенты под руководством преподавателей регулируют процесс обучения, занимаются его общей организацией, готовят интерактивные задания и формулируют вопросы для обсуждения, дают консультации, контролируют время и порядок выполне-

ния намеченного плана. Ученики совместно решают поставленные задачи, преодолевают конфликты, находят общие точки соприкосновения. Каждое проведенное занятие тщательно анализируется, для того чтобы сделать корректировку плана занятий и пополнить методическую копилку студентов.

Таким образом, все проводимые мероприятия позволили:

- активизировать поисковую деятельность обучающихся по приобретению новых знаний;
- создать для учащихся психологически комфортную атмосферу учебного познания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Волкова М.В. О воспитательных возможностях математических задач с национальной культурно-исторической фабулой и их реализации в обучении / М.В. Волкова, М.И. Зайкин // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – Нижний Новгород: Изд-во ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2013. – №5 (2). – С. 39-43.

2. Волкова М. В. О способах составления сюжетных математических задач с удмуртской историко-культурной фабулой / М. В. Волкова // Современные проблемы теории обучения, воспитания и методики математики / под ред. М. И. Зайкина. – Арзамас: АГПИ, 2012. – С. 307-311.

3. Зайкин Р.М. Профессионально ориентированные математические задачи в подготовке управленческих кадров / Р. М. Зайкин. – Арзамас: АГПИ, 2008. – 150 с.

4. Клюкин Д.А. Проект «Интерактивная лаборатория юного математика» // Преподавание математики, физики, информатики в вузах и школах: проблемы содержания, технологии и методики: Материалы V Всероссийской науч.-практ. конф. / Д.А. Клюкин, Д.И. Шадрин, М.В. Волкова. – Глазов: ООО «Глазовская типография», 2015. – С. 202-204.

5. Селевко Г.К. Энциклопедия образовательных технологий: в 2-х т. Т. 1/ Г.К. Селевко. – М.: Народное образование, 2005. – 816 с.

6. Удмуртская Республика: энциклопедия / Гл. ред. В.В. Туганаев. – Ижевск: Удмуртия, 2000. – 800 с.

INTERACTIVE MATHEMATICS FOR STUDENTS

M.V. Volkova

The article discusses the project of interactive mathematical laboratory for students and pupils of 5-6 forms.

Key words: mathematical education, interactive laboratory.

О ЛИНИЯХ ЛОГИЧЕСКИХ СВЯЗЕЙ ТЕМ ДИСЦИПЛИН МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЦИКЛА И ЭКОНОМЕТРИКИ В ПОДГОТОВКЕ БАКАЛАВРОВ-ЭКОНОМИСТОВ

М.В. Котельникова

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, физический факультет, кафедра педагогики и управления образовательными системами, аспирант
Россия, 603950, г. Нижний Новгород, пр-т Гагарина, д. 23
Тел.: 89519014184, e-mail: mariykotelnikova@yandex.ru

В статье представлен результат анализа востребованности элементов содержания из общей части трех учебных программ дисциплины «Линейная алгебра» ведущих вузов, реализующих образовательную программу по направлению подготовки 080100 экономика (квалификация (степень) «бакалавр»), с темами в математическом анализе, которые, в свою очередь, логически связаны с «Эконометрикой» как наиболее математически насыщенной учебной дисциплиной в программе подготовки экономистов-бакалавров. Такие отношения, фиксируемые методом матриц логической связи (МЛС), конкретизируют цели освоения учебных дисциплин, что безусловно существенно при обсуждении эффективных методов изучения математических дисциплин в вузе.

Ключевые слова: содержание учебных дисциплин, матрица логических связей (МЛС), траектория межпредметных связей.

Актуальность работ по анализу и проектированию содержания учебных дисциплин, стимулированная, в том числе, и потребностью разработки современных, системно ориентированных образовательных программ подготовки выпускников всех уровней высшего профессионального образования, продолжает расти. Метод матриц логических связей (МЛС), использованный автором в ряде работ [10, 13], позволяет объективировать экспертные решения, устанавливающие логические связи в последовательности тем учебных дисциплин, обеспечивающих должный уровень подготовки выпускников вуза.

Эмпирической базой анализа степени связанности разделов и тем учебных дисциплин математического блока подготовки экономистов-бакалавров, их востребованности для успешного усвоения профессионально ориентированных дисциплин в работах автора являются учебные программы ведущих вузов России [2, 3, 4, 7, 8, 11]. Попарное сравнение программ линейной алгебры при фиксируемой дифференциации их содержания, позволило выделить пять общих разделов, которые принадлежат всем анализируемым программам.

Результаты анализа матриц логической связи – востребованности¹ пяти общих разделов линейной алгебры (матрицы, системы линейных уравнений, векторные пространства, собственные векторы и собственные значения, квад-

¹ Мерой востребованности темы в методе МЛС (см., например, статью [10]), является частота использования содержания данной темы курса линейной алгебры для адекватного восприятия, понимания соответствующей темы математического анализа или эконометрики. Количественная оценка использования – частота использования – определяет значимость данной темы или раздела, в данном случае, линейной алгебры.

ратичные формы) в успешном усвоении тем математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, а также эконометрики представлены ниже. На рис. 1 представлена для иллюстрации МЛС «Линейной алгебры» (общие разделы) и тем математического анализа.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0,18
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0,09
	0	0	0	0	0	0	0,2	0,2	0,2	0	0	

Рис. 1.

МЛС, строки матрицы – «Линейная алгебра» общая часть, столбцы- содержание тем «Математический анализ» – обозначены названия только тем с ненулевой частотностью: 7) дифференцируемые ФНП; 8) теория неявных функций; 9) классические методы оптимизации [11]. «1» на пересечении строк и столбцов матрицы означают, что содержание данного раздела линейной алгебры необходимо для адекватного восприятия, понимания содержания соответствующей темы математического анализа. Если содержание данного раздела линейной алгебры (строка матрицы) не требуется для адекватного восприятия, понимания содержания соответствующей темы математического анализа, на пересечении строки и столбца ставиться нуль. В последнем столбце МЛС представлена относительная частота использования элементов содержания раздела «Линейной алгебры» - частотность – отношение суммы единиц к полному числу тем – числу столбцов матрицы. Последняя строка матрицы – частота обращения – среднее значение по числу элементов содержания строк, которые следует освоить для успешного восприятия темы столбца.

Опишем подробнее результаты, представленные в МЛС «Линейной алгебры» (общие разделы) и тем математического анализа. При этом обозначим только названия тем математического анализа с ненулевой частотностью: 7) дифференцируемые ФНП; 8) теория неявных функций; 9) классические методы оптимизации [11]. Отметим, что в математическом анализе используются только разделы: «Матрицы» (частота использования – 0,18) и «Квадратичные формы» (частота использования – 0,09).

Первый раздел «Матрицы», как видно из рисунка 1, востребован при изучении темы №7 «Дифференцируемые ФНП» и №8 «Теория неявных функций». Для темы №7 необходимо предварительное усвоение темы «Определитель и след. Свойства и связь с рангом» из выделенного раздела «Матрицы». При этом не все темы оказываются здесь задействованными напрямую. А только лишь – «Определители и их свойства. Методы вычисления определителей. Миноры». В свою очередь, для освоения темы №8 «Математического анализа» необходимо непосредственное понимание, что такое матрица, которое дается в теме раздела «Матрицы» – «Действия над матрицами»; а также владение темой «Определитель и след. Свойства и связь с рангом», в особенности, темами – «Определители и их свойства», «Методы вычисления определителей», «Связь определителя с рангом», «Миноры».

Раздел «Квадратичные формы» инвариантной части дисциплины «Ли-

нейная алгебра» также востребован при изучении «Математического анализа» – в теме «Квадратичные формы» (квадратичная форма, матрица квадратичной формы; приведение квадратичной формы к каноническому виду (произвольным невырожденным преобразованием и ортогональным преобразованием)) и «Знакоопределенность» (положительно, отрицательно определенные формы, критерий Сильвестра) [2].

Что же касается непосредственно самой дисциплины «Математический анализ», то обозначенные выше темы № 7 и №8 имеют ненулевые частотности и в МЛС «Математический анализ – Математический анализ», т.е. являются востребованными при изучении самого предмета. Тема №9 в самом математическом анализе не «работает», но ее освоение безусловно необходимо для «Эконометрики» и ряда других экономических дисциплин [13].

Для эконометрики – это: раздел «Матрицы» (частота использования – 0,06) и «Системы линейных уравнений» (частота использования – 0,29).

Рассмотрим в МЛС общие разделы «Алгебры...» (строчки) – Эконометрика (столбцы)».

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17		
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,06
2	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,29
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0,2	0	0,2	0,2	0	0,2	0	0,2	0,2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Рис. 2.

МЛС дисциплины «Линейная алгебра» – общая часть попарных сравнений трех программ (строки) [13] и «Эконометрика» [7] (столбцы) – ненулевые востребованные темы: 1) предмет эконометрики; 3) линейная регрессия с одной объясняющей переменной; 4) степень соответствия линии регрессии имеющимся данным; 6) множественная линейная регрессия; 8) проверка линейных гипотез для коэффициентов множественной регрессии; 9) фиктивные переменные; исследование структурной устойчивости коэффициентов регрессии с помощью теста Чоу. В правом столбце приведены частотности использования каждого раздела линейной алгебры при изучении тем эконометрики, в последней строке – частотность применения разделов алгебры при изучении каждой темы эконометрики.

Здесь востребован раздел «Матрицы» при изучении темы эконометрики №4 «Степень соответствия линии регрессии имеющимся данным». Используется тема линейной алгебры - «Операции над матрицами» (матрицы; действия над ними: транспонирование, сложение, умножение на число, произведение; нулевая и единичная матрицы; диагональные, симметрические матрицы; свойства операций); а также тема «Обратная матрица» (обратная матрица; вычисление обратной матрицы через алгебраические дополнения и с помощью присоединенной матрицы) [2].

Раздел 2 «Системы линейных уравнений» дисциплины «Линейная алгебра» тоже используется для освоения дисциплины «Эконометрика». Конкретно

для тем №1 «Предмет эконометрики», №3 «Линейная регрессия с одной объясняющей переменной», №6 «Множественная линейная регрессия», №8 «Проверка линейных гипотез для коэффициентов множественной регрессии», №9 «Фиктивные переменные. Исследование структурной устойчивости коэффициентов регрессии с помощью теста Чоу».

В результате проведенного анализа, из разделов инварианта программы «Линейная алгебра», которые имели ненулевые частотности использования при изучении дисциплин «Математический анализ» и «Эконометрика», выделяются ряд тем этих разделов, которые в основном и задействованы при освоении математического анализа и эконометрики. Перечислим их еще раз (рис. 1), это: №7 «Операции над матрицами» (матрицы; действия над ними: транспонирование, сложение, умножение на число, произведение; нулевая и единичная матрицы; диагональные, симметрические матрицы; свойства операций); №8 «Определитель и след. Свойства и связь с рангом» (определители и их свойства, методы вычисления определителей, миноры); №9 «Обратная матрица» (обратная матрица; вычисление обратной матрицы через алгебраические дополнения и с помощью присоединенной матрицы); №21 «Квадратичные формы» (квадратичная форма, матрица квадратичной формы; приведение квадратичной формы к каноническому виду (произвольным невырожденным преобразованием и ортогональным преобразованием)) и №22 «Знакоопределенность» (положительно (отрицательно) определенные формы, критерий Сильвестра) [2]. Практически все из них имеют ненулевую частотность и в МЛС «Алгебра-алгебра», т.е. непосредственно используются при изучении других разделов дисциплины [10].

Разделы линейной алгебры не востребованы, не используются (имеют нулевую частоту использования) в дисциплине «Теория вероятности и математическая статистика».

Таким образом, из всего объема тем дисциплины «Линейная алгебра», в результате проведенного анализа выявлено, что лишь часть из них действительно необходима при изучении «Математического анализа» и «Эконометрики», т.е. принимают участие в работе в четко прослеживаемой цепочке межпредметных связей: «Линейная алгебра» – «Математический анализ» – «Теория вероятностей и математическая статистика» – «Эконометрика».

Безусловно, в процессе обучения, время аудиторных занятий затрачивается на темы, значимость которых сомнительна, что подтверждает мнение об избыточности учебных программ, выраженное в Концепции развития математического образования в РФ [9]. Но однозначное обоснование для оптимизации содержания, может дать только продолжение исследования в данной области. Прослеживаемая уже сейчас цепочка «работы» дисциплин математического цикла на одну из сложнейших математических дисциплин в экономике – «Эконометрику», должна быть детализирована и расширена.

ЛИТЕРАТУРА

1. Об утверждении и введении в действие федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по направлению подготовки 080100 экономика (квалификация (степень) "бакалавр") / Министерство образования и науки российской федерации приказ от 21 декабря 2009 г. № 747.
2. Рабочая программа дисциплины «Линейная алгебра», Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Московская школа экономики. Направление 080100 Экономика для подготовки студентов — бакалавров очного отделения. http://mse-msu.ru/edu_pr/linear_algebra_bak.pdf.
3. Примерные программы дисциплины «МАТЕМАТИКА» федерального компонента цикла ЕН ГОС ВПО второго поколения по направлению 521600 «Экономика» (для экономических специальностей). Рекомендовано УМО по экономике и социологии труда Председатель УМО В.И. Видяпин Москва 2000 http://www.edu.ru/db/portal/spe/progs/521600_mf.01.htm.
4. Рабочая программа дисциплины «Линейная алгебра», ГУ ВШЭ Пермский филиал Специальность 080100.62 «Экономика» подготовки бакалавра. 2007г. <http://rudocs.exdat.com/docs/index-16117.html>.
5. Ан А. Ф. Теоретические основы анализа компетентностно ориентированного курса физики в техническом вузе // Инновации в образовании / А. Ф. Ан, В. М. Соколов. 2011. №7, С. 4 – 16.
6. Акофф Р. Акофф о менеджменте / Перевод с англ. под ред. Л. А. Волковой - СПб. Питер. 2002 -448 с. (серия «Теория и практика менеджмента»).
7. Программа дисциплины «Эконометрика», Государственный университет – «Высшая школа экономики». Специальность 080500.62 «Менеджмент» подготовки бакалавра <http://fs.nashaucheba.ru/docs/60/index-995569.html>.
8. Программа дисциплины «Основы теории вероятностей и математической статистики», Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики». Направление 080200.62. Квалификация – бакалавр менеджмента <http://fs.nashaucheba.ru/docs/60/index-655961.html>.
9. Концепция развития математического образования в РФ. Утверждена правительством РФ 24.12.2013г. №2506-р
10. Котельникова М.В., Соколов В.М. «Линейная алгебра» в математическом цикле подготовки бакалавров-экономистов: анализ содержания // Нижегородское образование. – №4. – 2014. – С. 125-131.
11. Примерная программа «Математический анализ», ВШЭ. Направление 080100.62 – Экономика» для подготовки студентов-бакалавров очного отделения. <http://fs.nashaucheba.ru/docs/60/index-325649.html#140879>.
12. Вильданов В.К., Круглов Е.В., Отделкина А.А., Перова В.И., Умилина А.Ю. Математический анализ для экономистов: программа, типовые задания, вопросы к зачету и экзамену: Учебно-методическое пособие. – ННГУ им. Н.И. Лобачевского Фонд образовательных электронных изданий №993.15.07.
13. Котельникова М.В., Соколов В.М. Об анализе содержания курса математического анализа для экономистов // Вестник ННГУ им. Н.И. Лобачевского. – 2013. – № 5 (2). – С. 86-89.

ON THE LINES OF LOGICAL LINKS THE DISCIPLINES OF MATHEMATICAL CYCLE AND ECONOMETRICS IN THE PREPARATION OF BACHELORS IN ECONOMICS

M.V. Kotelnikova

The article presents the result of analysis of the relevance of the content of the General part of the three curricula of the discipline «Linear algebra», leading universities, implementing an education programme in the direction of preparation 080100 economy (qualification (degree) «bache-

lor»), presented in the article, accepted for printing, topics in mathematical analysis which, in turn, are logically related to the «Econometrics» as the most mathematically rich subject in the program of training of economists, bachelors. Such relations fixed by the method of matrices, the logical connections (MLC), konkretisiert the purpose of development of educational disciplines, which is certainly important when discussing effective methods of studying of mathematical disciplines at the University.

Keywords: content, academic disciplines, and a matrix of logical connections (MLC), the trajectory of interdisciplinary relations and the importance of content elements.

Научное издание
**ТЕХНОЛОГИИ ПРОДУКТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ:
ТРАДИЦИИ И ИННОВАЦИИ**

сборник статей участников

*Всероссийской научно-практической конференции с международным участием
(посвящается памяти профессора М.И. Зайкина)
14 октября 2016 г.*

Научный редактор *С.В. Миронова*
Ответственный редактор *С.В. Напалков*
Технический редактор *С.П. Никонов*
Художественный редактор *С.В. Напалков*
Верстка и вывод оригинал-макета *С.В. Напалков*
Дизайн обложки *С.В. Напалков*

Подписано в печать 07.11.2016
Формат 60x84/16. Усл. печ. листов 11,2. Тираж 300 экз. Заказ № 661

Издательство Арзамасского филиала ННГУ
607220, Россия, Нижегородская обл., г. Арзамас, ул. К.Маркса, д. 36

Отпечатано с готового оригинал-макета
в типографии ООО «Интерконтакт»
607190, Россия, Нижегородская обл., г. Саров, ул. Герцена, д. 46
ISBN 978-5-9907934-8-4



9 785990 793484